

Тема: ОСНОВЫ РАДИОАСТРОФИЗИКИ

В современной астрофизике исследование космических объектов базируется на наблюдениях в очень широком диапазоне волн, начиная от высокоэнергичного гамма-излучения (длины волн порядка $\lambda \approx 10^{-14} \text{ см}$) до километрового диапазона радиоволн. Хотя оптический диапазон по-прежнему играет важную роль в астрофизических исследованиях, он перекрывает всего лишь одну октаву спектра электромагнитного излучения и поэтому в принципе не может нести достаточно полной информации об устройстве многих объектов, исследуемых сегодня астрофизиками.

В противоположность оптическому, диапазон радиоастрономических наблюдений охватывает свыше двадцати октав, причем большая его часть может быть перекрыта наблюдениями с поверхности Земли; последнее определяется степенью прозрачности земной атмосферы (тропосферы и ионосферы) для радиоволн. Этим он выгодно отличается от многих других, тоже очень широких диапазонов (таких как рентген, далекий ультрафиолет, значительная часть инфракрасного излучения). Кроме того, радионаблюдения в значительно меньшей степени чем оптические зависят от погодных и климатических условий. При исследовании строения галактик и для процессов звездообразования существенно также, что радиоволны свободно проникают сквозь облака космической пыли, позволяя заглянуть внутрь их и видеть всю Галактику насквозь.

С другой стороны, для многих объектов исследования частоты радиоволн оказываются близкими к характерным частотам колебаний электронов плазмы (ω_0 —ленгмюровской и ω_B —ларморовской). В силу этого обстоятельства электромагнитные свойства плазмы проявляются в радиодиапазоне значительно в большей степени, чем в других. Поэтому радиоастрономические исследования оказались особенно важными для диагностики основных параметров космической плазмы (напряженности магнитных полей, особенно). С другой стороны, это означает, что интерпретация радионаблюдений должна существенно базироваться на физику плазмы (анализе собственно плазменных явлений). Если вспомнить, что основная часть материи во Вселенной находится в состоянии

плазмы, то значимость радиоастрономии для астрофизических исследований становится очевидной. Это подтверждается всей практикой современной астрофизики, где большая часть наиболее значимых результатов в последние десятилетия получены на основе радиоастрономических наблюдений.

Важной особенностью космического радиоизлучения является также его тесная связь с ускоренными частицами. Их генерация обычно связана с процессами выделения и преобразования энергии, которые определяют одну из центральных проблем современной астрофизики. Действительно, многие из наиболее значимых механизмов генерации космического радиоизлучения имеют своим источником потоки ускоренных частиц: к ним принадлежат, прежде всего, такие широко распространенные в природе механизмы как синхротронный и плазменный.

Заметим, что в космосе мы редко имеем дело с однородными по своей структуре плазменными образованиями. Таким образом, мы стремимся не просто найти параметры плазмы, но также и их распределение в пространстве. Между тем, ограниченность наших инструментальных возможностей, а часто и теории приводят к тому, что большей частью наш анализ данных наблюдений позволяет нам найти лишь некие усредненные значения физических параметров плазмы, либо их экстремальные значения. Кроме того, в ряде случаев нам удается успешно добавить сюда информацию о пространственных масштабах исследуемых объектов и таким образом хотя бы частично преодолеть указанные ограничения в диагностике параметров плазмы.

Основы методов анализа космического радиоизлучения, базирующиеся на радиоастрономических наблюдениях, и составляют основное содержание нашего курса. Большей частью космическое радиоизлучение действительно генерируется в космической плазме, так что этот курс можно рассматривать как раздел серии курсов для астрономов, посвященных физике космической плазмы. В данном курсе однако есть одно исключение — лекция, посвященная радиоизлучению твердого тела, содержащая сведения, используемые в теории радиоизлучения планет и их спутников.

1.1. Задачи и содержание курса

Данный курс мы могли бы назвать *теоретическая радиоастрофизика*, по аналогии с курсом теоретической астрофизики, который тра-

диционно читается на астрономическом отделении нашего факультета и посвящен преимущественно (хотя и не целиком) методам интерпретации астрономических наблюдений в оптическом диапазоне с целью выяснения физической природы и строения объектов исследования, а также протекающих в них процессов. Этим же проблемам по существу посвящены и эти лекции, однако с тем существенным отличием, что в них речь идет о наблюдениях в радиодиапазоне, то есть электромагнитного излучения на волнах, имеющих длину волны $\lambda \geq 1$.

При интерпретации наблюдений мы можем несколько условно выделить следующие три этапа:

- (1) Выбор адекватного *механизма генерации*, ответственного за происхождение данного излучения и анализ возможного влияния на параметры излучения условий распространения радиоволны в космической плазме.
- (2) Диагностика *параметров плазмы* в области генерации и области распространения, базирующаяся на теории генерации и распространения космического радиоизлучения и найденных из наблюдений данных об излучении объекта.
- (3) Построение математической (и/или физической) *модели объекта*, базируясь как на данных анализа радиоастрономических наблюдений, так и привлекая наблюдения, выполненных в других диапазонах. На этом этапе часто также широко используются физические законы, описывающие не природу его излучения, а строение объекта и протекающие в нем физические процессы.

При выполнении этой программы на всех её этапах нам приходится считаться с особенностями методики радиоастрономических наблюдений. Эти особенности во многих случаях существенно влияют на правомочное использование наблюдательного материала, а непонимание некоторых особенностей используемых данных легко приводит к ошибкам в астрофизической интерпретации. Учитывая это обстоятельство, мы очередной раздел нашей лекции посвятим обсуждению того, какие параметры можно получить из радиоастрономических наблюдений и природы некоторых ограничений определяющих точность и полноту наблюдательных данных.

Далее в нашем курсе мы рассмотрим наиболее важные и относительно хорошо изученные механизмы генерации и распространения радиоволн в космических объектах. Для каждого из механизмов мы обсудим его физическую природу и выведем или приведем с обсуждением наиболее существенные формулы, на основе которых проводится диагностика

плазмы. Особое внимание мы должны обратить на подробное обсуждение соображений, используемых при выборе адекватного механизма генерации радиоизлучения; для каждого механизма рассмотрим методы диагностики плазмы и проиллюстрируем их на примерах.

Диагностика космической плазмы также существенно базируется на анализе влияния, которое плазма, особенно анизотропная (т.е. с магнитным полем), оказывает на условия распространения радиоволн. Поэтому несколько лекций мы посвящаем этой проблеме, естественно, с обсуждением соответствующих методов плазменной диагностики.

Всюду, где это возможно, в современной астрофизике не ограничиваются измерением физических параметров среды исследуемого объекта, а стремятся построить или усовершенствовать его *модель*. Под моделью подразумевают создание логически непротиворечивой картины объекта, включающей в себя трехмерное распределение основных физических параметров (температуры, плотности, магнитного поля и др.). При этом описанная плазменная структура не должна находиться в противоречии как с данными наблюдений, так и с фундаментальными физическими законами. В ряде случаев модель призвана описать не только и не столько состояние, сколько динамику наблюдаемого процесса. Обычно при построении моделей используется информация всех возможных видов наблюдений моделируемого объекта (или типа объектов), а не только, скажем, радионаблюдений.

Заметим сразу, что степень детальности моделей (в зависимости от уровня исследования проблемы) варьируется в очень широких пределах — от простейшей качественной картинке с несколькими поясняющими фразами, до представления весьма детальных и трудоемких расчетов на самых современных компьютерах. В некоторых случаях, учитывая бесконечно большое множество вариантов счета, под моделью естественно подразумевать саму вычислительную программу (или алгоритм счета), в которые заложены основные логические, физические и прочие предпосылки модели. В этом случае выбор возможных параметров счета может быть переложен на наблюдателя, желающего проверить соответствие исследуемого им объекта возможным вариантам его модельного представления и найти его параметры.

1.2. Параметры, описывающие радиоизлучение космического объекта

Задачей радиоастрономических наблюдений обычно является изучение распределения радиояркости по космическому объекту и его возможного изменения во времени $I(x, y; t)$. Кроме того, исследуются спектр и поляризация радиоизлучения, т.е. зависимость I от длины волны (или частоты) и тип поляризации излучения. Остановимся на этих основных параметрах электромагнитной волны более подробно.

Результатом наблюдений космического объекта является измерение его потока, т.е. энергии, падающей на единицу площади в единицу времени. Обычно в радиоастрономии имеют дело со спектральной плотностью потока, т.е. относят его к единичному интервалу частот (часто называя его просто потоком — F). Таким образом, имеем

$$\begin{aligned} F &\equiv \frac{\text{энергия}}{\text{ед.вр.}} \\ &= \frac{w}{M^2 \cdot Hz} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{Гц}} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Единицами измерения потока радиоизлучения являются соответственно $[F] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$. Обычно в радиоастрономии используется единица, называемая Янский (Jy), Составляющая 10^{-26} от этой величины; при исследованиях Солнца так же широк используется солнечная единица потока, составляющая 10^{-22} от $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ (s.f.u.).

Полный поток радиоизлучения, регистрируемый от объекта обычно является недостаточной его характеристикой: также как и при оптических наблюдениях мы стараемся найти распределение яркости — построить его радиоизображение. В этом случае исследуемой характеристикой является *интенсивность*. Интенсивность I есть поток, отнесённый к единице телесного угла в заданном направлении (его мы характеризуем координатами (x, y) локальной прямоугольной системы на небесной сфере с центром внутри направления на объект).

$$I \equiv \frac{\Delta F}{\Delta \Omega}, \quad (1.2)$$

где $\Delta \Omega$ — элемент телесного угла, в котором приходит поток радиоизлучения ΔF .

Часто для размерности интенсивности используются единицы яркостных температур:

$$T_B = \frac{\lambda^2}{2k} I \quad (1.2a)$$

Эти единицы соответствуют температуре черного тела, имеющего ту же интенсивность излучения, что и наблюдаемый объект.

Итак, в лучшем случае, мы получаем из наблюдений распределение яркости (интенсивности) I по объекту исследования на достаточно большом числе длин волн (частот). Если объект переменный, это распределение является также функцией времени $I(x, y; \lambda; t)$. Локальная система координат (x, y) на небесной сфере в пределах ограниченного в пространстве объекта исследований обычно с достаточной для практики точности может рассматриваться как плоская прямоугольная.

В общем случае мы должны включить в рассмотрение также полный анализ поляризации электромагнитной волны. Используется несколько способов описания состояния поляризации, с наиболее употребительными из которых мы будем знакомиться в следующей лекции. Сейчас будем считать, что тип поляризации представлен четырьмя параметрами Стокса (I, Q, U, V) , имеющими размерность интенсивности излучения. Их можно рассматривать как некоторый *вектор-параметр Стокса* $\vec{I}(x, y; \lambda; t)$:

$$\vec{I} = \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix}. \quad (1.3)$$

Разумеется, что все величины, получаемые из наблюдений, имеют ограничения по точности. Естественно, что часть этих ограничений следует из случайных шумовых флуктуаций (аппаратуры или атмосферы). Такие ограничения в большинстве случаев можно ослабить, проводя повторные многократные измерения или совершенствуя аппаратуру. Однако, кроме того присутствуют систематические ошибки метода или аппаратуры. Их уровень уменьшается путем тщательного анализа используемых методов и инструментов. Наконец, существуют ограничения более принципиального характера. На знакомстве с ними мы сейчас и остановимся. Начнем с проблемы пространственного разрешения при радиоастрономических наблюдениях. Ограничение в разрешении построения

радиоизображения объекта связано прежде всего с размерами используемой антенной системы по порядку величины оно составляет :

$$\Delta x \approx \frac{\lambda}{D_x}, \quad \Delta y \approx \frac{\lambda}{D_y}, \quad (1.4)$$

где D_x, D_y являются характерными размерами антенной системы радиотелескопа по двум направлениям. В общем случае величины D_x и D_y могут быть существенно различными.

Если антенная система радиотелескопа обладает так называемой *заполненной апертурой*, то она позволяет сформировать хорошо выделенный основной луч в диаграмме направленности антенны . Сканируя им источник, мы можем построить его радиоизображение, или *карту радиояркости* непосредственно в процессе наблюдений.

Однако, в современной радиоастрономии для этой цели чаще используется метод синтеза апертуры. В этом случае отсутствует единая антенна со сформированным узким лучем. Наблюдения проводятся (параллельно или последовательно) на нескольких антенных конфигурациях. В качестве таких чаще всего используются двухэлементные интерферометры; при этом одна и та же антенна может использоваться в качестве составного элемента одновременно в нескольких интерферометрических парах. Радиоизображение объекта при этом получается в результате математической обработки записей, полученных на всех антенных парах. Современные интерферометры могут иметь очень большие базы — порядка диаметра Земли; в перспективе возможны и еще большие антенные системы с использованием антенн, установленных на космических аппаратах. Таким образом, радиоастрономия породила технику наблюдений, позволяющую исследовать объекты с разрешением тысячные доли секунды дуги и выше, превосходящим возможности современной оптической астрономии. При интерпретации наблюдений следует помнить, однако, что получаемые подобным методом изображения могут быть не вполне корректны; при этом упомянутая некорректность зачастую и не проявляется на анализируемой радиокарте и в конечном счете может приводить к заведомо ложной интерпретации.

В виду важности этой проблемы рассмотрим кратко некоторые её аспекты. Начнем с того, что напомним, что каждая пара антенн позволяет регистрировать (на фиксированный момент) одну пространственную Фурье-гармонику в распределении яркости по объекту. В самом деле, диаграмма направленности двухэлементного интерферометра с хорошей

точностью (точечные антенны, узкая полоса приема сигнала, ограниченный участок на небе) описывается синусоидой, а регистрируемый сигнал на выходе интерферометрической системы есть свертка д.н. с распределением яркости по объекту:

$$T_A(x, y; u, v) = \int T_B(x - x', y - y') \exp i(ux' + vy') dx' dy' \quad (1.5)$$

Таким образом, регистрируемый интерферометрический сигнал является Фурье-компонентой распределения яркости по источнику. Если мы имеем достаточный набор баз интерферометров, то произведя обратное преобразование Фурье, мы по крайней мере в принципе, можем построить радиокарту источника. Двумерное множество пространственных частот называют обычно (u, v) -плоскостью, а указанный процесс построения радиоизображения источника через измерение компонент Фурье-преобразования распределения яркости — синтезом апертуры. Именно этот метод позволяет сегодня на крупнейших радиотелескопах мира (таких, например, как VLA в США) строить радио изображения небесных объектов с недоступным прежним методам пространственным разрешением.

В реальных ситуациях однако редко удается обеспечить достаточное количество баз интерферометрических измерений (при этом говорят о степени заполнения (u, v) -плоскости). Восстановление изображения в таких случаях является некорректной математической операцией и выполняется с использованием некоторых априорных предположений об источнике излучения. Так, при получении радиокарт с очень высоким разрешением обычно пренебрегают отсутствием данных на низких гармониках, опуская тем самым крупные пространственные структуры.

Отметим, что синтез двумерных изображений, использующий суточное вращение неба с источником, возможен не только на основе интерферометрической техники. Он также используется и на антенных системах, имеющих существенно разные размеры (и соответственно — разрешение) по двум координатам. Пример такого синтеза приведен на Рисунке А.

Данные о спектрах при наблюдениях обеспечиваются либо набором приемников, либо специальной измерительной спектральной аппаратурой. В первом случае спектральное разрешение определяется с одной стороны шириной полосы приемника δf а с другой расстоянием между соседними каналами по частоте Δf . Важным параметром также явля-

ется полный диапазон частот, перекрываемых всем комплексом аппаратуры.

Временное разрешение определяется чаще всего выбором времени накопления сигнала τ системы регистрации. При этом увеличение τ равно как и последующее накопление и усреднение сигнала является действенным способом увеличения чувствительности аппаратуры, поскольку среднеквадратичные флуктуации регистрируемого сигнала определяются формулой

$$\delta T = \frac{\alpha T_{\Sigma}}{\sqrt{\delta f \tau}}, \quad (1.6)$$

где T_{Σ} — приведенная по величине ко входу суммарная шумовая температура системы, а α — коэффициент порядка единицы, зависящий от используемой схемы регистрации сигнала.

В случае солнечных наблюдений мы часто встречаемся с ситуацией, когда входной шум приемника T_{Σ} определяется преимущественно сигналом от самого Солнца :

$$T_{\Sigma} \approx T_a^{\odot} \quad (1.7)$$

При этом реализуется относительно высокая шумовая чувствительность, которая может оказаться весьма полезной при решении ряда специфических задач солнечной радиоастрономии ; к ним относятся :

- (1) Измерение слабых степеней поляризации ($P \leq 0.01\%$).
- (2) Обнаружение и исследование малоконтрастных деталей на диске Солнца (таких, например как радиогрануляция).
- (3) Обнаружение спектральных линий (атомных или молекулярных).

С другой стороны, обеспечение высокой чувствительности за счет накопления сигнала временным интегрированием часто ограничивается методикой наблюдений (например, “на прохождение” при неподвижной антенне) или переменностью источнике во времени.

Предел чувствительности, определяемый собственными шумовыми флуктуациями объекта исследования, есть

$$\delta T = \frac{\alpha T_a^{\odot}}{\sqrt{\delta f \cdot \tau}} \quad (1.8)$$

В некоторых специфических задачах он определяет точность, с которой мы можем говорить о величине сигнала.

1.3. Классификация механизмов генерации космического излучения

По сравнению с оптическими методами диагностики космической плазмы радиоастрономия имеет дело с гораздо большим числом механизмов генерации электромагнитных волн. В соответствии с этим, первой и зачастую наиболее сложной задачей при интерпретации наблюдений оказывается здесь выбор адекватного механизма генерации радиоизлучения. Этот выбор базируется на анализе основных параметров исследуемого объекта, такие как спектр, поляризация, изменения во времени, характерные яркостные температуры и т.п. С другой стороны, в арсенале наблюдателя имеются результаты теоретических исследований, описывающие ожидаемые свойства объекта, генерирующего свой радиопоток тем или иным из весьма обширного набора способов. В ряде случаев достаточно убедительный вывод удастся сделать, только привлекая другие данные об исследуемом объекте — заимствованные либо из наблюдений в других диапазонах волн, либо базирующиеся на ограничениях, следующие из каких-либо физических законов.

Для общей ориентации в последующем изложении мы приведем для начала некую общую классификацию механизмов, ответственных за генерацию радиоизлучения в космосе.

Генерация электромагнитных волн всегда обязана некоторому процессу ускорения заряженных частиц. В радиоастрономии мы большей частью имеем дело с ускорением электронов, что связано с тем, что их масса значительно меньше массы ионов и потому ускорение при тех же электрических силах больше, и именно они играют решающую роль в генерации радиоизлучения. Источником ускорения служат как электрическое ($\vec{E}$), так и магнитное ($\vec{B}$) поля, макроскопической или микроскопической природы. Величина ускорения определяется силой Лоренца :

$$\vec{f} = Ze\vec{E} + \frac{Ze}{c}\vec{v} \times \vec{B} \quad (1.9)$$

Здесь Z — зарядовое число, Ze — величина заряда с учетом знака.

Основным источником электрических полей плазмы (которая в целом является — по определению — электрически нейтральной) являются положительные ионы, чаще всего протоны. Соответствующий тип излучения электронов плазмы, ускоряемых в электрическом поле окружающих их ионов, носит названия *тормозного*, — в западной литературе *bremsstrahlung*. В астрофизике этот тип излучения получил название

излучение при свободнo-свободных переходах (*f-f transitions*) ; при этом имеется в виду, что этот процесс обусловлен последовательностью парных столкновений электронов с ионами.

Основным источником магнитных полей в космосе являются макроскопические токи, текущие в плазме. Излучение, возникающее при ускорении в этих полях, называется магнитнотормозным (*magnetic bremsstrahlung*). Характер этого излучения сильно зависит от энергии излучающих электронов и включает, как два предельных случая циклотронное и синхротронное излучения ; широко также используется термин *гирорезонансное излучение*.

Приводящее к излучению электромагнитное ускорение электронов имеет место также и в атомах и молекулах. В этом случае, однако, движение и излучение частиц определяются законами квантовой механики. Соответственно квантованной энергетической структурой атомов или молекул определяются и фиксированные частоты излучаемых радиолиний.

Отдельная группа механизмов излучения связана с трансформацией одного типа генерируемых волн в другой посредством рассеяния или других процессов. Здесь наиболее известным является так называемый *плазменный* механизм. Некий движущийся агент в плазме (например, пучек быстрых частиц или ударная волна в солнечной короне) генерирует плазменные (ленгмюровские) волны, которые покинуть плазменную структуру не могут. Однако они затем частично трансформируются в радиоизлучение, которое и достигает антенны наблюдателя.

В некоторых случаях (особенно при генерации плазменных волн) большую роль играет механизм Черенкова. Он оказывается возможным, когда частица или группа частиц движется через плазму с фазовой близкой к скорости волны. Это определяет сильное взаимодействие частиц с волной и, стало быть, обмен энергией между волной и частицей. Необходимым условием действия этого механизма является возможность частицы двигаться вместе с волной, что возможно только, если фазовая скорость волны меньше скорости света. Как мы скоро увидим, поперечные электромагнитные волны в плазме имеют фазовые скорости больше скорости света c , что делает непосредственное их излучение механизмом Черенкова невозможным.

Если излучающие частицы имеют Больцмановское распределение по энергиям (для электронов — Максвелловское распределение в пространстве скоростей), то мы говорим о *тепловом* механизме генерации

излучения — независимо от того, какой конкретно механизм ускоряет излучающие частицы. В случае теплового механизма параметр распределения частиц по энергиям — температура T определяет многие общие свойства генерируемого радиоизлучения:

(1) Коэффициенты излучения ϵ и поглощения κ связаны между собой для теплового излучения законом Кирхгоффа:

$$\frac{\epsilon}{\kappa} = B(T), \quad (1.10)$$

где $B(T)$ — функция Планка. Это важное обстоятельство позволяет в случае теплового механизма генерации излучения обойтись вычислением лишь одной из величин ϵ и κ . При этом для радиоволн функция Планка имеет более простой вид закона Релея-Джинса:

$$B(T) = \frac{2kT}{\lambda^2} = \frac{2k \cdot f^2}{c^2}, \quad (1.11)$$

(2) Яркостная температура, как мы скоро увидим, анализируя уравнение переноса теплового радиоизлучения, удовлетворяет условию

$$T_B \leq T \quad (1.12)$$

и может таким образом использоваться для нижней оценки кинетической температуры (как правило, электронов) излучающей плазмы.

Если, однако, не существует такого параметра T , который мог бы описать (тепловое, то есть больцмановское) распределение частиц по энергиям, то мы имеем дело с *нетепловым* излучением. В этом случае могут встретиться два различных случая: когерентного и некогерентного механизмов генерации излучения. В случае некогерентного механизма все частицы излучают независимо друг от друга и интенсивности отдельных излучателей складываются. В случае когерентного механизма излучающие частицы движутся и излучают синфазно, так что суммируются амплитуды (поля) волн. Интенсивности в этом случае растут гораздо быстрее (но не во всех направлениях). Такая ситуация возможна, например, когда излучение стимулируется самой падающей волной. Это требует, однако, перенаселенностей верхнего уровня энергии, с которого возникает излучение. Процесс нарастания излучения в том случае может происходить по закону $T_b \propto \exp|\tau|$ (оптическая толщина τ рассматривается в этом случае как отрицательная величина). Характерными особенностями когерентного излучения являются: высокая яркост-

ная температура, узкополосность, быстрая переменность во времени, малые угловые размеры.

4. Уравнение переноса радиоизлучения и диагностика плазмы

Следующим шагом при интерпретации радиоастрономических наблюдений является диагностика космической плазмы. При этом критическим моментом интерпретации является выбор адекватного механизма, ответственного за генерацию наблюдаемого радиоизлучения. Найденная из наблюдений яркостная температура определяется уравнением переноса излучения в объекте исследования:

$$T_b = \int \epsilon e^{-\tau} dl, \quad (1.13)$$

где ϵ это излучательная способность (мощность излучения, генерируемого единичным объемом в единичном телесном угле) и τ — оптическая глубина:

$$\tau = \int \kappa dl, \quad (1.14)$$

где κ — коэффициент поглощения радиоволн в плазме.

Величины ϵ и κ являются функциями параметров плазмы, таких как — концентрация электронов N_e и/или других частиц N_i (ионов или нейтральных атомов);

— температура электронов T_e и/или ионов/атомов; в присутствии нетепловых частиц нам следует учесть их число, энергию, равно как и распределение частиц по энергиям (например спектральный индекс при степенном законе распределения).

— магнитное поле $\vec{B}$, его напряженность и направление.

— в некоторых случаях в уравнения также входят характерные пространственные масштабы физических параметров области генерации/распространения волны.

Как излучение так и поглощение радиоволн зависят также от их частоты f . При этом многие физические параметры входят в уравнения в следующих комбинациях, имеющих специальные обозначения:

$$\begin{aligned} X &= \frac{f_0^2}{f^2} = \frac{\omega_0^2}{\omega^2}, \\ Y &= \frac{f_B}{f} = \frac{\omega_B}{\omega}, \\ Z &= \frac{\nu_{ei}}{\omega} = \frac{\nu_{ei}}{2\pi f}. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Здесь X и Y являются безразмерными значениями электронной плотности ($\omega_0^2 = 4\pi N_e^2/m$) и напряженности магнитного поля ($\omega_B = eB/mc$), в то время как частота столкновений зависит как от температуры, так и плотности плазмы.

Теперь мы можем заключить, что наблюдаемая функция частоты $T_b(f)$ является также функцией плотности, температуры, напряженности и направления магнитного поля, а также и других параметров плазмы в области излучения и/или распространения волны (в частности, присутствия нетепловых частиц). Целью диагностики плазмы является нахождение этих параметров из наблюдаемых спектров радиоизлучения. При этом речь идет о решении уравнений, подобных следующим:

$$F(X, Y, Z, \dots) = T_b(f) \quad (1.14)$$

Величины $N, H, T, \dots$, которые нам удастся получить в этой процедуре, представляют некоторые средние значения, относящиеся к какому-то определенному (часто весьма неуверенно) месту в области исследуемого источника.

1.4. Структурность и проблемы томографии космической плазмы

Диагностика плазмы в космических объектах, как мы её описали выше, имеет целью определение неких средних параметров исследуемого объекта (средней электронной плотности, средней напряженности магнитного поля и т.п.). Об этих величинах мы можем говорить как о неких “характерных” параметрах объекта. Правда, иногда среди этих параметров встречаются и некие характерные длины, определяющие масштабы каких-то его физических структур.

Однако, такое изучение исследуемых в астрофизике объектов в настоящее время не является достаточным. Мы знаем, что характернейшим свойством материи во вселенной является её структуризация. Плазма (впрочем равно как и непроводящая ток материя) имеют четкую тенденцию к образованию структур, которые собственно и являются объектами исследования астрофизики. Структуры, по-видимому, в большинстве случаев возникают как результат развития неустойчивостей на их нелинейной стадии; анализ их образования таким образом относится к области решения нелинейных задач. Само существование структуры в плазме часто является и результатом развития некоего нелинейного про-

цесса, наблюдаемого астрономами и тем самым необходимым условием его протекания. Такие процессы и связанные с ними структуры стоят в центре интересов современной астрофизики для широкого круга самых разнообразных объектов, от солнечных и звездных вспышек, до проблем эволюции Вселенной.

Поэтому, очевидно, что анализ (диагностика) только средних параметров в отдельных структурах космической плазмы является недостаточным (хотя часто — вынужденным) подходом к решению проблемы. То, к чему мы стремимся, — это найти распределение параметров плазмы (или иной космической среды) в трехмерном пространстве, а в ряде случаев — существенно и во времени.

Один очевидный путь в решении этой проблемы определяется повышением разрешения и качества изображений исследуемых объектов. При этом существенно :

- повышение разрешающей способности инструментов по обоим координатам при достаточно хорошем заполнении (u, v) -плоскости ;
- расширение динамического диапазона изображений, то есть максимального отношения яркостей, для которых надежно работает процедура построения изображения ;
- построения карт (изображений) на возможно большем числе длин волн (совмещение картографирования и спектрального анализа).
- полнота анализа поляризации и высокая поляризационная чувствительность (анализ слабо поляризованных объектов).

В этих направлениях в настоящее время достигнут значительный прогресс, причем улучшение параметров современных инструментов благодаря новым технологиям и развитию вычислительной техники продолжается.

Однако, сколь ни совершенны современные радиокарты космических источников их наличие само по себе — в силу их двухмерности — недостаточно для анализа **трехмерной** структуры объекта. Для получения распределения параметров в третьем измерении известны два подхода : методы стереоскопических наблюдений и решение *обратной задачи* уравнения переноса радиоизлучения.

Методы стереоскопии подразумевают, что мы наблюдаем объект исследования под разными углами, что он при этом прозрачен и механизмы генерации его излучения не обладают слишком большой направленностью. При исследовании Солнца подобный метод оказывается возможным применить, используя его вращение, естественно только для до-

статочно долго живущих объектов (либо сравнивая подобные объекты). Анализ подобных объектов, наблюдаемых под разными углами, естественно, применим и к другим космическим структурам. Для одновременного анализа одного и того же объекта “с разных сторон” применим в некоторых случаях метод наблюдения с космических аппаратов, достаточно удаленных от Земли, где находится один из радиотелескопов.

Другой возможный подход базируется на более детальном анализе уравнения переноса излучения :

$$\begin{aligned} I(f) &= \int_0^\infty \epsilon(l) e^{-\tau(l)} dl \\ \tau(l) &= \int_0^l \kappa(l) dl \end{aligned} \quad (1.15)$$

Здесь, как и ранее интенсивность

$$I(f) = F(X, Y, Z, \dots), \quad (1.18)$$

где параметры плазмы (среды) распределены по некому закону вдоль луча зрения, то есть являются функциями координат: $X = X(l), \dots$ — зависимость, которую мы хотели бы найти. Таким образом, теперь мы рассматриваем уравнение (1.17) для $I(f)$ как уравнение для функционала. Естественно, что решение такой задачи далеко не однозначно и даже в наиболее надежных случаях оно базируется на большом числе дополнительных предположений. Однако во многих ситуациях — это единственный путь продвинуться в решении задачи.

МЕХАНИЗМЫ КОСМИЧЕСКОГО РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

Лекция 2

Тема: ОПИСАНИЕ СОСТОЯНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

Как при выборе адекватного механизма генерации космического радиоизлучения, так и непосредственно при диагностике параметров плазмы большую роль играют поляризационные измерения. Особенно важен анализ поляризации при исследовании магнитных полей космической плазмы. Часто радиоастрономические наблюдения являются единственным надежным способом измерения напряженности поля. Поэтому в нашем курсе мы уделим значительное внимание методам поляризационных наблюдений и их интерпретации. Начнем мы со способов описания состояния поляризации электромагнитной волны, чему и посвящена настоящая лекция.

2.1. Методы описания поляризации

Состояние поляризации космического радиоизлучения обычно описывается одним из двух способов. В первом, обладающем большей наглядностью (см. Рис.2.1), состояние поляризованной компоненты определяется через параметры эллипса, который представляет вращение вектора электрического поля волны в картинной плоскости. Отношение осей эллипса мы обозначим через $\tan \sigma$, а угол наклона большой оси к осям исходной системы координат (x, y) через χ . Во втором способе используются квадратичные относительно поля величины — параметры Стокса.

Заметим, что плоская монохроматическая волна всегда обладает эллиптической поляризацией. Однако таковая является математической абстракцией, выделяющей некую компоненту из “пакета” волн. В действительности в радиоастрономических наблюдениях мы имеем шумовой сигнал с более или менее широким спектром, из которого приемник излучения вырезает полосу частот $\Delta\omega$ (в некоторых случаях эта полоса определяется механизмом излучения и может даже оказаться уже полосы приема). Выделенный таким образом сигнал ведет себя как монохроматический на масштабах времени $\Delta t \leq \Delta\Omega^{-1}$. На таких промежутках времени волна воспринимается как эллиптически поляризованная. На

больших временных интервалах оказывается возможным представить исследуемое излучение как сумму двух компонент: эллиптически поляризованной с сохраняющимися параметрами эллипса и компоненту с хаотической поляризацией.

Наряду с системой координат (x, y) , направление осей которой обычно определяется аппаратурой, используемой для измерения, будем рассматривать систему (x', y') , в которой направление осей совпадает с направлением главных осей эллипса поляризации.

Рисунок 2.1. Эллипс поляризации и системы координат в картинной плоскости, то есть плоскости, нормальной к направлению на наблюдателя. Волна распространяется по направлению оси z , перпендикулярному к плоскости рисунка, в сторону к нам.

В этой системе координат компоненты электрического поля волны имеют вид :

$$\begin{aligned} E_{x'} &= E_0 \cos \sigma e^{i\omega t} \\ E_{y'} &= E_0 \sin \sigma e^{i(\omega t + \frac{\pi}{2})} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Кроме того, необходимо учесть как интенсивность поляризованной компоненты волны I_p , так и долю энергии поляризованного излучения P в его полной интенсивности I :

$$\begin{aligned} I_p &= |E_{x'}|^2 + |E_{y'}|^2 \\ P &= \frac{I_p}{I} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Другой широко используемый способ описания состояния поляризации волны — это параметры Стокса. Допустим, что электромагнитное поле исследуемой волны может быть представлено в виде :

$$\begin{aligned} E_x &= |E_x| e^{-i(\omega t - \phi_x)} \\ E_y &= |E_y| e^{-i(\omega t - \phi_y)} \end{aligned} \quad (2.3)$$

При этом $E_x E_y^* = e^{i(\phi_x - \phi_y)}$, и параметры Стокса определяются как

$$\begin{aligned} I &= \overline{E_x E_x^*} + \overline{E_y E_y^*} = \overline{|E_x|^2} + \overline{|E_y|^2} \\ Q &= \overline{E_x E_x^*} - \overline{E_y E_y^*} = \overline{|E_x|^2} - \overline{|E_y|^2} \\ U &= \overline{E_x E_y^*} + \overline{E_y E_x^*} = 2\overline{|E_x| \cdot |E_y| \cos(\phi_x - \phi_y)} \\ iV &= \overline{E_x E_y^*} - \overline{E_y E_x^*} = 2i\overline{|E_x| \cdot |E_y| \sin(\phi_x - \phi_y)} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Черта сверху означает усреднение по времени; ϕ_x и ϕ_y — фазы соответствующих волн. Все параметры Стокса — вещественные числа. В случае монохроматической волны мы имеем дело с неменяющейся во времени эллиптической поляризацией. Здесь $|E_x|, |E_y|, \phi_x, \phi_y$ — постоянные числа. Из (2.4) следует, что параметры Стокса в этом случае связаны соотношением

$$Q^2 + U^2 + V^2 = I^2. \quad (2.5)$$

Это соотношение может сохраняться во времени и для немонахроматической волны, если форма и направление осей эллипса не меняются (при возможном изменении интенсивности). Тогда мы говорим, что волна полностью поляризована. В общем же случае величины $|E_x|, |E_y|, \phi_x, \phi_y$ зависят от времени t . Тогда усреднение по времени правых частей уравнений (2.3) приводит к соотношению:

$$Q^2 + U^2 + V^2 \leq I^2. \quad (2.6)$$

и волна называется частично поляризованной (если $Q^2 + U^2 + V^2 < I^2$). В случае, когда $Q^2 + U^2 + V^2 = 0$, мы говорим о полностью неполяризованной волне (иначе, волне с *хаотической* поляризацией).

В качестве примечания следует указать, что наряду с параметрами Стокса используется другой способ описания поляризации, тоже с помощью величин, квадратичных относительно поля волны, вводя *тензор поляризации*. Его компоненты определяются следующим образом:

$$J_{ik} = \overline{E_i E_k} \quad (i, k = x, y) \quad (2.7)$$

Как и в случае параметров Стокса, если только речь идет не о монохроматических волнах, правые части берутся усредненными по времени. Компоненты J_{11} и J_{22} представляют интенсивности излучения с линейными поляризациями вдоль осей x и y , в то время как J_{12} и J_{21} в общем

случае являются комплексными величинами и отражают степень когерентности между двумя указанными линейно поляризованными волнами. Для пары некогерентных волн они обращаются в нуль. Очевидно, что компоненты тензора поляризации связаны с параметрами Стокса следующими простыми соотношениями :

$$\begin{aligned} I &= J_{11} + J_{22} \\ Q &= J_{11} - J_{22} \\ U &= J_{12} + J_{21} \\ iV &= J_{12} - J_{21} \end{aligned} \tag{2.8}$$

Для уяснения физического смысла параметров Стокса обратимся к Рис.2.2, на котором для иллюстрации представлены некоторые частные случаи.

Рисунок 2.2. Характер поляризации излучения и соответствующие параметры Стокса для трех частных случаев: (a) — излучение линейно поляризовано вдоль оси x ; (b) — излучение линейно поляризовано под углом 45° к оси x ; (c) — излучение поляризовано по кругу (правая круговая поляризация).

2.2. Связь двух способов описания поляризации

Чтобы найти связь обоих способов описания поляризации используем переход из одной системы координат в другую, повернутую относительно первой на угол χ (см. Рис.1) и формулу (2.1).

$$\begin{aligned} E_x &= E'_x \cos \chi - E'_y \sin \chi = E_o (\cos \chi \cdot \cos \sigma - i \cdot \sin \chi \cdot \sin \sigma) \\ E_y &= E'_x \sin \chi + E'_y \cos \chi = E_o (\sin \chi \cdot \cos \sigma + i \cdot \cos \chi \cdot \sin \sigma) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Подставляя эти выражения в определения параметров Стокса, получаем

$$\begin{aligned} I_p &= E_x \cdot E_x^* + E_y \cdot E_y^* = \\ &|E_o|^2 (\cos^2 \chi \cdot \cos^2 \sigma + \sin^2 \chi \cdot \sin^2 \sigma + \sin^2 \chi \cdot \cos^2 \sigma + \cos^2 \chi \cdot \sin^2 \sigma) \\ Q &= E_x \cdot E_x^* - E_y \cdot E_y^* = \\ &|E_o|^2 (\cos^2 \chi \cdot \cos^2 \sigma + \sin^2 \chi \cdot \sin^2 \sigma - \sin^2 \chi \cdot \cos^2 \sigma - \cos^2 \chi \cdot \sin^2 \sigma) \\ U &= E_x \cdot E_y^* + E_y \cdot E_x^* = \\ &|E_o|^2 2 (\cos \chi \cdot \sin \chi \cdot \cos^2 \sigma - \cos \chi \cdot \sin \chi \cdot \sin^2 \sigma) \\ iV &= (E_x \cdot E_y^* - E_y \cdot E_x^*) = \\ &|E_o|^2 2 (\cos \sigma \cdot \sin \sigma \cdot \cos^2 \chi + \cos \sigma \cdot \sin \sigma \cdot \sin^2 \chi) \end{aligned} \quad (2.10)$$

После простых тригонометрических преобразований имеем:

$$\begin{aligned} I_p &= |E_o|^2 \\ Q &= |E_o|^2 \cos 2\sigma \cdot \cos 2\chi \\ U &= |E_o|^2 \cos 2\sigma \cdot \sin 2\chi \\ V &= |E_o|^2 \sin(2\sigma) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Но, учитывая, что $I_p = P \cdot I$, можем записать (2.10) в виде:

$$\begin{aligned} I &= I \\ Q &= P \cdot I \cdot \cos 2\sigma \cdot \cos 2\chi \\ U &= P \cdot I \cdot \cos 2\sigma \cdot \sin 2\chi \\ V &= P \cdot I \cdot \sin(2\sigma) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Эти формулы позволяют вычислить параметры Стокса, если интенсивность и состояние поляризации излучения заданы величинами

$I, P, \tan \sigma, \chi$. Заметим, что $I_p = \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}$ есть интенсивность поляризованной компоненты. Из формул (2.8) легко найти и обратные преобразования, позволяющие перейти от параметров Стокса к параметрам $I, P, \tan \sigma, \chi$:

$$\begin{aligned} I &= I \\ P &= \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I} \\ \tan 2\sigma &= \frac{V}{\sqrt{Q^2 + U^2}} \\ \tan 2\chi &= \frac{U}{Q} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Параметры Стокса, как видим из их определения (2.4), являются величинами, квадратичными относительно поля волны. Именно это определяет широкую область их использования. Во-первых (при соответствующем усреднении по времени) они оказываются адитивными для энергии потоков, идущих от независимых источников излучения, поскольку фазы колебания поля таких излучателей флуктуируют независимо. Это важное обстоятельство позволяет, в частности, написать для параметров Стокса уравнения переноса излучения, поскольку последние суммируют энергию от источников, расположенных вдоль луча зрения. Во-вторых, так как в радиометрической аппаратуре используется обычно квадратичное детектирование, в радиополяриметрах мы, как правило, регистрируем на выходе параметры Стокса, либо их линейные комбинации.

В хаотически поляризованном излучении ни один тип поляризации не имеет преимущественного значения. В такой волне интенсивность компонент волны с линейной поляризацией по направлениям осей x и y в среднем одна и та же, то есть $\overline{|E_x|^2} = \overline{|E_y|^2}$, стало быть $Q = 0$ (см. формулы (2.4)). В то же время, любые две волны, имеющие взаимно ортогональные поляризации, являются волнами с независимыми фазами и, следовательно, $\overline{E_x E_y^*} = 0$. Таким образом, мы также имеем $U = V = 0$. Волну с такими параметрами мы также называем *неполяризованной*.

Поскольку параметры Стокса адитивны для независимых волновых потоков, волну с произвольной поляризацией можно представить как сумму двух независимых волн: одну полностью поляризованную с интенсивностью $I_p = \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}$ и вторую — неполяризованную, для которой $\tilde{Q} = \tilde{U} = \tilde{V} = 0$, а $\tilde{I} = I - I_p$; при этом степень поляризации есть $P = I_p/I$. Когда мы говорим о поляризованной компоненте, то имеем в виду первую составляющую.

2.3. Обобщенные параметры Стокса

Определение: Две эллиптически поляризованные волны имеют взаимно ортогональные поляризации, если выполняются следующие соотношения:

- (а) Большие оси эллипсов взаимно перпендикулярны.
- (б) Отношение меньшей оси эллипса к большей одинаково для обоих эллипсов.
- (с) Направление вращения вектора электрического поля в двух волнах противоположно.

Обозначив индексы двух взаимно ортогональных волн через 1 и 2, мы можем эти условия формально записать следующим образом:

$$\chi_2 = \chi_1 + \frac{\pi}{2} \quad (2.14)$$

Здесь под χ подразумевается угол направления большой оси эллипса поляризации относительно оси x . Используя обозначение $i \tan \sigma = \frac{E_x}{E_y}$, мы можем написать

$$\sigma_2 = \sigma_1 + \frac{\pi}{2} \quad (2.15)$$

или

$$\tan \sigma_1 \cdot \tan \sigma_2 = -1 \quad (2.16)$$

Знак минуса в последнем соотношении учитывает формально различие направлений вращения векторов волны в картинной плоскости. Для параметров Стокса взаимно ортогональных волн имеют место соотношения

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{V_1}{V_2} < 0. \quad (2.17)$$

которые следуют из определений (2.4) и соотношений (2.9), (2.10). Если, в частности, какой-либо из параметров одной волны равен нулю, то соответствующий параметр взаимно ортогональной волны — тоже нуль.

В рассмотренных выше параметрах Стокса мы пользовались разложением электромагнитной волны на две составляющие, обладающие линейной поляризацией в направлениях осей некой ортогональной (выбранной произвольным образом) системы координат в картинной плоскости. Орты этой системы мы представляли как единичные векторы,

направленные вдоль соответствующих взаимно перпендикулярных осей. Им, естественно, мы можем однозначно сопоставить две волны единичной интенсивности с линейными взаимно ортогональными поляризациями, по которым и идет разложение анализируемой волны. Таким образом, мы использовали разложение поля волны в виде:

$$\vec{E} = E_x \vec{e}_x + E_y \vec{e}_y \quad (2.18)$$

В равной степени можно произвести разложение поля волны $\mathbf{E}$ по двум другим выбранным произвольным взаимно ортогональным *эллиптическим* поляризациям, определяемым комплексными единичными векторами $\vec{e}_1$ и $\vec{e}_2$:

$$\vec{E} = E_1 \vec{e}_1 + E_2 \vec{e}_2, \quad (2.19)$$

где для комплексных ортов $\vec{e}_1$ и $\vec{e}_2$ имеют место соотношения:

$$\begin{aligned} \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_1^* &= 1 \\ \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_2^* &= 1 \\ \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2^* &= 0 \\ \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_1^* &= 0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

Здесь первые два равенства определяют единичную интенсивность орта, а последние два совпадают и определяют их взаимную ортогональность. Взаимная ортогональность разложения обеспечивает адитивность параметров Стокса для волн, получающихся при разложении. В частности, $I_1 + I_2 = I$. Теперь, по аналогии с определением (2.4), мы введём в рассмотрение *Обобщённые параметры Стокса*:

$$\begin{aligned} S_1 &= \overline{E_1 E_1^*} + \overline{E_2 E_2^*} \\ S_2 &= \overline{E_1 E_1^*} - \overline{E_2 E_2^*} \\ S_3 &= \overline{E_1 E_2^*} + \overline{E_2 E_1^*} \\ S_4 &= i(\overline{E_1 E_2^*} - \overline{E_2 E_1^*}) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Рисунок 2.3. Орты со взаимно ортогональными поляризациями

Так же как и ранее, наряду с обобщенными параметрами Стокса можно рассматривать обобщенную матрицу поляризации (тензор поляризации) :

$$\begin{aligned} S_{11} &= \overline{E_1 E_1^*} \\ S_{22} &= \overline{E_2 E_2^*} \\ S_{12} &= \overline{E_1 E_2^*} \\ S_{21} &= \overline{E_2 E_1^*} \end{aligned} \quad (2.22)$$

При этом соотношение между элементами матрицы поляризации и параметрами Стокса имеет вид (сравни с (2.5)) :

$$\begin{aligned} S_1 &= S_{11} + S_{22} \\ S_2 &= S_{11} - S_{22} \\ S_3 &= S_{12} + S_{21} \\ iS_4 &= S_{12} - S_{21} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Первые две величины в (2.18) определяют интенсивность двух волн нашего разложения: $I_1 = S_1$ и $I_2 = S_2$, а вторые два — степень когерентности между ними. В соотношениях (2.19) первые параметры есть соответственно полная (суммарная $I_1 = I$) интенсивность волны и разность интенсивностей волн разложения (S_2).

Использование обобщенных параметров Стокса вместо обычных, линейных оказывается весьма продуктивным методом, упрощающим вычисления и обеспечивающим наглядность в описании физических процессов, когда мы имеем дело с распространением типов волн, поляризация которых определяется параметрами среды (плазмы). Например, в одной из ближайших лекций (см. Лекцию 4) мы увидим, что в космической плазме со слабым магнитным полем могут распространяться две волны с противоположными по знаку круговыми поляризациями (эти типы волн называются *нормальными* — *обыкновенная и необыкновенная*). В этом случае для ортов, по которым мы разлагаем исследуемое излучение, естественно взять вектора с комплексными компонентами, описывающими круговую поляризацию :

$$\begin{aligned} \vec{e}_1 &= \frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{e}_x + i\vec{e}_y) \\ \vec{e}_2 &= \frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{e}_x - i\vec{e}_y) \end{aligned} \quad (2.24)$$

Тогда связь с обычными параметрами Стокса оказывается такой :

$$\begin{aligned} S_1 &= I \\ S_2 &= V \\ S_3 &= U \\ S_4 &= Q \end{aligned} \quad (2.25)$$

При этом, если нормальные волны некогерентны, то эллиптичность отсутствует ($S_3 = S_4 = Q = U = 0$).

Заметим, наконец, что мы всюду выше в определениях параметров поляризации ограничивались включением в формулы собственно электрических полей волны, не заботясь о действительной размерности вводимых величин. Однако при их использовании они могут иметь различную размерность, в зависимости от решаемой задачи. Так поток электромагнитной волны определяется величиной вектора Пойнтинга

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} E^2 \vec{n}. \quad (2.26)$$

Стало быть, при работе с потоками мы к параметрам Стокса добавляем множитель $\frac{c}{4\pi}$. При работе с интенсивностями нам придется еще добавить множитель R^2 , где R - расстояние источника излучения до наблюдателя и т.д.

Часто в радиоастрономии мы используем в качестве интенсивности яркостные температуры. При этом бывает удобно определять

$$I = \frac{T_b^R + T_b^L}{2} \quad (2.27)$$

и в случае круговой поляризации

$$V = \frac{T_b^R - T_b^L}{2}. \quad (2.28)$$

Тогда степень поляризации $P = \frac{I}{V}$, однако яркостные температуры в потоках левой и правой поляризации находятся суммированием.

$$\begin{aligned} T_b^R &= I + V \\ T_b^L &= I - V \end{aligned} \quad (2.29)$$

Это означает, в частности, что на радиоизображении источника со 100% поляризацией на карте V его яркостная температура будет занижена в два раза.

МЕХАНИЗМЫ КОСМИЧЕСКОГО РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

Лекция 3

Тема: РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН В ПЛАЗМЕ

В отличие от большинства задач оптической астрофизики при интерпретации радиоастрономических наблюдений часто необходимо учитывать отличного от единицы коэффициента преломления при распространении радиоволн в плазме. При этом открываются новые возможности диагностики космической плазмы; особенно это касается поляризационных измерений и анализа магнитных полей в космических объектах, когда мы имеем дело с так называемой анизотропной плазмой.

Подобно другим областям теоретической астрофизики интерпретация радиоастрономических наблюдений базируется на решении уравнения переноса излучения. Однако в радиоастрономии при этом приходится иметь дело с рядом проблем, с которыми мы практически не встречаемся в других диапазонах волн, где собственно плазменные явления не проявляются столь отчетливо.

Прежде всего следует отметить, что уравнения переноса базируются на использовании приближения геометрической оптики, которое не всегда справедливо в космической плазме. Нарушение приближения геометрической оптики, в частности, приводит к взаимодействию волн различных мод, что особенно существенно для интерпретации поляризационных наблюдений. Но и в случае, когда приближение геометрической оптики работает достаточно хорошо, при интерпретации радиоастрономических данных часто приходится учитывать отличие коэффициента преломления от единицы. Такая ситуация встречается, прежде всего, при анализе поляризационных наблюдений, например, при исследовании фарадеевского вращения плоскости поляризации, дающего важный метод измерения магнитных полей в космосе.

Отклонение коэффициента преломления от единицы может быть существенно и при анализе радиоизлучения изотропной плазмы. Это, прежде всего, касается распространения радиоволн в атмосферах звёзд, когда плазма имеет достаточно высокую плотность, такую, так что необходимо учитывать, что $n < 1$ и даже возможен случай, когда $n^2 < 0$. При этом проявляется ряд эффектов, которые приходится принимать во внимание при разработке теории излучения таких объектов.

Мы начнем с вывода выражений для коэффициентов преломления электромагнитной волны, сначала для случая изотропной, а потом и анизотропной плазмы.

3.1 Изотропная плазма

Распространение электромагнитной волны в плазме описывается решением уравнений Максвелла для магнитного поля $\vec{B}$ и электрического поля $\vec{E}$ волны.

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{D} &= 0 \\ \operatorname{rot} \vec{B} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Вектор $\vec{D}$ здесь учитывает смещения зарядов, вызванные влиянием электрического поля волны на плазму. Этот учет делается путем введения вектора поляризации $\vec{P}$:

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}, \quad (3.3)$$

где

$$\vec{P} = \sum_{(\text{ед.об.})} Z e \vec{r} \approx -N_e e \cdot \vec{r}. \quad (3.4)$$

Здесь Z зарядовое число, $\vec{r}$ — вектор смещения заряженной частицы от положения равновесия (которое она занимала бы при отсутствии поля волны) и N_e — электронная концентрация. В правой части мы пренебрегли ролью колебаний ионов в поле волны, поскольку их масса сравнительно велика и, соответственно, их смещение, вызванное полем волны, на несколько порядков меньше.

Мы будем, как обычно при поисках дисперсионного соотношения, рассматривать распространение плоской монохроматической волны в однородной среде.

$$\vec{E}, \vec{B} \propto e^{-i\omega t + i\vec{k} \cdot \vec{r}}, \quad (3.5)$$

где ω — частота волны, $\vec{k}$ — волновой вектор. В начале ограничимся изотропной плазмой (учет влияния внешнего магнитного поля исследуем в следующем разделе).

В таком случае уравнения (3.1) и (3.2) принимают вид :

$$\begin{aligned}\vec{k} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{k} \times \vec{E} &= \frac{\omega}{c} \vec{B} \\ \vec{k} \cdot \vec{D} &= 0 \\ \vec{k} \times \vec{B} &= -\frac{\omega}{c} \vec{D}\end{aligned}\tag{3.6}$$

Фазовая скорость, по определению, есть $v_{ph} \equiv \frac{\omega}{k}$ и коэффициент преломления

$$n \equiv \frac{c}{v_{ph}} = \frac{kc}{\omega}\tag{3.7}$$

Из уравнения (3.6) мы получаем

$$\begin{aligned}\vec{D} &= -\frac{c}{\omega} \vec{k} \times \vec{B} = -\frac{c^2}{\omega^2} [\vec{k} [\vec{k} \times \vec{E}]] = \\ &= -\frac{c^2}{\omega^2} [\vec{k} (k \cdot \vec{E}) - \vec{E} (k \cdot \vec{k})] = \\ &= -\frac{c^2}{\omega^2} [k^2 \vec{E}_L - k^2 \vec{E}] = \frac{c^2 k^2}{\omega^2} \vec{E}_T\end{aligned}\tag{3.8}$$

Здесь $\vec{E}_T$ и $\vec{E}_L$ - поперечная и продольная компоненты электрического поля относительно направления распространения волны $\vec{k}$. Таким образом, используя определение (3.7), имеем

$$\vec{D} = n^2 \vec{E}_T,\tag{3.9}$$

Заметим, что электромагнитная волна в плазме является поперечной относительно векторов $\vec{D}$ и $\vec{B}$ (из(3.6) следует, что $\vec{B} \perp \vec{k}$ и $\vec{D} \perp \vec{k}$), в то время как вектор $\vec{E}$ может иметь и продольную компоненту. Как мы увидим в следующем разделе, эта ситуация реализуется при наличии внешнего магнитного поля.

В общем случае из третьего уравнения (3.6) следует, что

$$D_L = 0,\tag{3.10}$$

то есть

$$4\pi P_L = -E_L\tag{3.11}$$

Для поперечной компоненты, как следует из равенства (3.9) с учетом (3.10) и (3.3), получаем

$$4\pi P_T = E_T(n^2 - 1) \quad (3.12)$$

Как видно из уравнения (3.4), для определения вектора поляризации $\vec{P}$ нам надо найти смещение электрона $\vec{r}$ из положения равновесия под действием поля волны. Уравнение для $\vec{r}$ имеет следующий вид:

$$m\ddot{\vec{r}} = -e\vec{E} - e\frac{\dot{\vec{r}}}{c} \times \vec{B} \quad (3.13)$$

Теперь мы пренебрегаем вторым слагаемым в этом уравнении, поскольку для рассматриваемой нами волны малой амплитуды величина скорости, приобретаемой электроном также мала ($\dot{r} \ll c$ и $B \approx E$).

Тогда

$$m\ddot{\vec{r}} = -e\vec{E} \quad (3.14)$$

Решение уравнения для движения электрона в поле плоской монохроматической волны ($\partial t \rightarrow -i\omega$) принимает вид:

$$\vec{r} = \frac{e}{m\omega^2}\vec{E} \quad (3.15)$$

отсюда для векторов $\vec{P}$ и $\vec{D}$ соответственно получаем выражения (см. определения (3.4) и (3.3)):

$$\vec{P} = -\frac{N_e e^2}{m\omega^2}\vec{E} \quad (3.16)$$

$$\vec{D} = (1 - \frac{4\pi N_e e^2}{m\omega^2})\vec{E} \quad (3.17)$$

Итак, для *изотропной* плазмы вектора $\vec{P}$, $\vec{E}$ и $\vec{D}$ параллельны и согласно (3.6) перпендикулярны к направлению распространения волны $\vec{k}$. Из сравнения (3.8) и (3.14) мы теперь имеем:

$$n^2 = 1 - \frac{4\pi N_e^2}{m\omega^2} = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}, \quad (3.18)$$

где

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{4\pi N_e e^2}{m}} \quad (3.19)$$

— *плазменная частота электронов.*

Учитывая определение n (3.7), из (3.14) получаем дисперсионное уравнение для поперечных электромагнитных волн имеет вид :

$$\omega^2 = \omega_0^2 + k^2 c^2, \quad (3.20)$$

Далее, дифференцируя его, находим, что $v_{ph} \cdot v_g = c^2$ (учтя, что групповая скорость $\vec{v}_g \equiv \frac{\partial \omega}{\partial \vec{k}}$).

Для безразмерной электронной плотности обычно используется обозначение

$$X \equiv \frac{\omega_0^2}{\omega^2} = \frac{4\pi N_e e^2}{m\omega^2}, \quad (3.21)$$

мы получаем

$$\begin{aligned} n &= \sqrt{1 - X} \\ v_{ph} &= \frac{c}{\sqrt{1 - X}} \\ v_g &= c \cdot \sqrt{1 - X} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Отсюда следует, что для $X \rightarrow 1$ ($\omega \rightarrow \omega_0$) мы имеем $n = 0$ и $v_{ph} \rightarrow \infty$. Тогда распространение волн становится невозможным. Причина этого заключается в том, что электрическое поле волны возбуждает токи в плазме на частоте ω , достаточно сильные, чтобы генерировать поля, компенсирующие поле распространяющейся волны. Таким образом, в плазме могут распространяться только волны с частотами

$$\omega > \omega_0 = 5.641 \cdot 10^4 \sqrt{N_e} \quad (3.23)$$

$$f > f_0 = 8.979 \cdot 10^3 \sqrt{N_e} \quad (3.24)$$

или с длиной волны (в вакууме)

$$\lambda < \lambda_0 = \frac{3.339 \cdot 10^6}{\sqrt{N_e}} \quad (3.25)$$

Чем выше частота, тем на меньшие расстояния отклоняется электрон за один период. При этом падает создаваемое этими отклонениями поле и уменьшается влияние движения электронов на распространение волны.

3.2 Случай анизотропной плазмы

В присутствии внешнего магнитного поля мы можем использовать ту же самую форму уравнений Максвелла (3.6). Однако в соотношении (3.11) компоненты векторов E_L и P_L отличны от нуля, хотя по-прежнему $D_L = 0$ — волна теперь не является строго поперечной.

И так, имеем :

$$4\pi\vec{P}_T = (n^2 - 1)\vec{E}_T \quad (\vec{D}_T = n^2\vec{E}_T) \quad (3.26)$$

$$4\pi\vec{P}_L = -\vec{E}_L \quad (\vec{D}_L = 0) \quad (3.27)$$

Индексы T и L относятся к поперечной и продольной компонентам по отношению к направлению распространения волны, определяемому вектором $\vec{k}$. Теперь при нахождении вектора поляризации $\vec{P}$ нельзя пренебрегать влиянием внешнего магнитного поля $\vec{B}_0$ в уравнении движения электрона (3.9), так что :

$$m\ddot{\vec{r}} = -e\vec{E} - e\frac{\dot{\vec{r}}}{c} \times \vec{B}_0 \quad (3.28)$$

Используя выражение (3.4) для $\vec{P}$ для случая плоской монохроматической волны, можно преобразовать это уравнение к виду

$$-m\omega^2\vec{r} = -e\vec{E} + ie\frac{\omega}{c}\vec{r} \times \vec{B}_0 \quad (3.29)$$

Помножив его на $\frac{N_e e}{m\omega^2}$, получаем :

$$\vec{P} = -\frac{X}{4\pi}\vec{E} - i\vec{P} \times \vec{Y}, \quad (3.30)$$

где использовано понятие безразмерной электронной плотности X (3.16) и введён безразмерный вектор магнитного поля $\vec{Y}$:

$$\vec{Y} \equiv Y \frac{\vec{B}_0}{B_0} = \frac{\omega_B}{\omega} \frac{\vec{B}_0}{B_0} = \frac{eB}{\omega mc} \frac{\vec{B}_0}{B_0}, \quad (3.31)$$

где $\omega_B = \frac{eB}{mc}$ — гирочастота электронов а $Y \equiv \frac{\omega_B}{\omega}$.

Мы используем прямоугольную координатную систему (см. Рис.3.1), где z-ось ориентирована в направлении распространения волны $\vec{k}$, а внешнее магнитное поле $\vec{B}_0$ лежит в плоскости yz .

В этой системе координат уравнение (3.30) может быть записано как

$$\begin{aligned}\frac{X}{4\pi} \cdot E_x &= -P_x - iP_y Y_z + iP_z Y_y \\ \frac{X}{4\pi} \cdot E_y &= -P_y + iP_x Y_z \\ \frac{X}{4\pi} \cdot E_z &= -P_z - iP_x Y_y\end{aligned}\tag{3.32}$$

Определим коэффициент поляризации как

$$R \equiv \frac{E_x}{E_y} = i \tan \sigma.\tag{3.33}$$

(То, что в нашей системе координат R — мнимое число, мы скоро увидим.)

Рисунок 3.1. Система координат, используемая при выводе выражения для коэффициента рефракции анизотропной плазмы

Из уравнений (3.21), (3.22) и (3.26) мы можем получить уравнение для R . Заметим, что из (3.23) следует, что

$$R = \frac{E_x}{E_y} = \frac{P_x}{P_y}\tag{3.34}$$

Деля левые и правые части первого уравнения из (3.32) на второе и учитывая (3.34), имеем

$$R = \frac{-R - iY_L + iY_y \frac{P_z}{P_y}}{-1 + iRY_z}\tag{3.35}$$

Подставляя третье уравнение (3.32) значение $E_z = E_L$ согласно (3.27) находим

$$P_z = -i \frac{P_x Y_y}{1 - X}\tag{3.36}$$

Подставляя это соотношение в выражение (3.35), находим уравнение для коэффициента поляризации ($Y_T = Y_y, Y_L = Y_z$) в виде:

$$R^2 + iR \frac{Y_T^2}{Y_L(1-X)} + 1 = 0 \quad (3.37)$$

Уравнение это, естественно, имеет два решения:

$$R_{o,e} = -i(\mu \mp \sqrt{\mu^2 + 1}), \quad (3.38)$$

где

$$\mu \equiv \frac{1}{2} \frac{Y_T^2}{Y_L(1-X)} = \frac{1}{2} \frac{Y}{1-X} \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \quad (3.39)$$

(α - угол направления магнитного поля относительно направления распространения волны (вектор $\vec{k}$). Два нами значения коэффициента поляризации определяют два возможных типа волн, которые могут распространяться в анизотропной плазме с заданными параметрами. Теперь нам надлежит для этих типов волн найти соответствующие им значения коэффициента преломления. Из (3.21) находим, что

$$n^2 - 1 = 4\pi \frac{P_T}{E_T} = 4\pi \frac{P_y}{E_y} \quad (3.40)$$

Далее, второе из соотношений (3.25) даёт

$$\frac{X}{4\pi} \frac{E_y}{P_y} = -1 + iRY_z. \quad (3.41)$$

или:

$$\frac{P_y}{E_y} 4\pi = \frac{X}{-1 + iRY_z} \quad (3.42)$$

Теперь из (3.40) мы можем получить выражение для коэффициента преломления n :

$$n^2 = 1 - \frac{X}{1 - iRY_L} \quad (3.43)$$

или (см. (3.30))

$$n^2 = 1 - \frac{X}{1 + \tan \sigma \cdot Y_L} \quad (3.44)$$

Из наличия двух возможных значений коэффициента поляризации R (формула (3.30)) следует, что для каждой конкретной частоты ω могут распространяться волны двух типов с различными, но фиксированными типами поляризации (соответствующие коэффициенты поляризации обозначим R_o и R_e). Последние зависят от электронной концентрации X , напряженности магнитного поля Y и его направления (угол α). Поскольку μ является действительным числом из соотношения (3.27) и определения (3.25) следует, что поляризации этих волн, называемых *нормальными*, эллиптические с главными осями в плоскостях x и y , то есть в плоскости магнитного поля и перпендикулярной к ней. Из (3.38) следует, что

$$R_o \cdot R_e = 1, \quad (3.45)$$

откуда следует, что поляризации нормальных волн взаимно ортогональны. Два типа нормальных волн носят название *обыкновенной* (R_o) и *необыкновенной* (R_e). Каждая из волн, согласно (3.30), обладает своим коэффициентом преломления и, следовательно, фазовой скоростью.

Для любой анализируемой волны с произвольным типом (эллиптической) поляризации нам следует представить ее как сумму двух волн с поляризациями, соответствующими нормальным волнам. Распространение последних следует найденному закону для необыкновенной и обыкновенной волн. Поляризация нормальных волн описывается формулой (3.27) и представлена на Рис.2. Результирующий эффект определяется суммой этих волн с учетом изменения их фазы при распространении.

Особый интерес представляет случай, когда $\mu \ll 1$. Тогда

$$R \approx \pm i \quad (3.46)$$

и поляризация нормальных волн практически круговая. Этот случай носит название **квазипродольного распространения** и описывается простыми выражениями для коэффициента преломления. С другой стороны, для слабых магнитных полей он имеет место почти для всех углов направления магнитного поля α (кроме узкого интервала вблизи строго поперечного распространения). Это обстоятельство определяет широкую применимость квазипродольного приближения. Полагая $X \ll 1$, формулу (3.39) запишем в виде:

$$\mu = \frac{Y \sin^2 \alpha}{2 \cos \alpha} = \frac{\omega_B \sin^2 \alpha}{2\omega \cos \alpha}, \quad (3.47)$$

где α — угол направления магнитного поля $\vec{B}$ относительно направления распространения волны $\vec{k}$. Для случая $X \ll 1$ тип поляризации нормальных волн не зависит от электронной плотности. Тогда для коэффициента преломления имеем :

$$n_{o,x}^2 = 1 - \frac{X}{1 \pm Y_L} \approx (1 - X \mp XY_L) \quad (3.48)$$

или

$$n_{o,x} = 1 - \frac{X}{2} \pm \frac{XY_L}{2} \quad (3.49)$$

Коэффициент преломления для необыкновенной волны n_e меньше чем для обыкновенной, а её поляризация соответствует по направлению вращения электрического вектора вращению электронов плазмы в магнитном поле. Таким образом правое вращение (по часовой стрелке, если смотреть в направлении распространения волны) имеет место в случае, когда волна распространяется в положительном направлении силовой линии магнитного поля.

В случае поперечного распространения относительно внешнего магнитного поля ($\alpha = \frac{\pi}{2}$) $R_o = 0$ (обыкновенная волна) или $R_x = -i2\mu = \infty$ (необыкновенная волна). Однако (см. (3.36) для $\alpha \rightarrow \pi/2$)

$$R_x Y_L \approx -i2\mu \cdot Y_L = -iY_T^2 \quad (3.50)$$

Итак, поляризация нормальных волн линейная и совпадает по направлению с магнитным полем для обыкновенной волны и перпендикулярна к нему — для необыкновенной. Коэффициенты преломления для этих волн имеют вид :

$$\begin{aligned} n_o^2 &= 1 - X \\ n_x^2 &= 1 - \frac{X}{1 - Y_T^2} \end{aligned} \quad (3.51)$$

В случае обыкновенной волны электроны ускоряются электрическим полем волны в направлении внешнего магнитного поля, так что оно не оказывает влияния на коэффициент преломления. В результате, выражение для коэффициента преломления оказывается совпадающим с таковым для случая изотропной плазмы (3.14), (3.22 (с учетом (3.49))).

3.3 Приближение геометрической оптики

До сих пор мы рассматривали плазму как однородную среду, в которой параметры не изменяются вдоль луча зрения. Естественно, что в

масштабах всего астрофизического объекта это не может иметь место, хотя в силу больших размеров космических тел условие однородности обычно выполняется на весьма больших линейных масштабах, на много порядков превосходящих длину волны. Такая ситуация определяет применимость важного и используемого обычно в астрофизике *приближения геометрической оптики*.

Очевидно, что мы можем разбить путь волны на такие участки (длиной $\Delta L_k \gg \lambda$ (см. Рис.3), которые можно считать прямолинейными и в пределах которых плазма имеет практически постоянные параметры. Итак, мы имеем

$$\lambda \ll \Delta L_k \ll L, \quad (3.52)$$

где L — характерный масштаб неоднородностей плазмы (см. Рис. 3.2).

Рисунок 3.2 Распространение волны (луча) в приближение геометрической оптики

В пределах каждого отрезка ΔL_k мы можем использовать решение, описывающее распространение волны в однородной плазме. Однако для каждого следующего отрезка нам следует использовать новые (локальные) значения параметров плазмы, лишь слегка отличающиеся от их величин в соседних участках. В результате мы получаем формулу, описывающую распространение волны в виде (ϕ — фаза волны, $\Delta\phi = k\Delta L = \frac{\omega}{c}n\Delta L$):

$$\vec{E} = E_0 \vec{E}^{i\phi} \propto e^{i \sum \frac{\omega}{c} n_k \Delta L_k} \quad (3.53)$$

Сказанное также позволяет определить $k = \frac{\partial\phi}{\partial l}$. Переходя к её интегральному обобщению, мы получаем:

$$\vec{E} \propto e^{i \frac{\omega}{c} \int n dl}. \quad (3.54)$$

Решение уравнения распространения волны, записанное в таком виде и представляет приближение геометрической оптики. Поскольку в анизотропной плазме могут распространяться два типа радиоволн с различными фазовыми скоростями, то для них следует использовать соответственно два решения вида (3.42) с различными n_e и n_o .

3.4 Уравнения переноса излучения в анизотропной плазме

Решение уравнений Максвелла в приближении геометрической оптики в форме плоской монохроматической волны позволяет написать и использовать уравнения переноса излучения — уравнения, описывающие распространение энергии волны в плазме. Если мы запишем выражения для электрического поля волны в плазме в виде

$$E_j = E_j^o e^{i\frac{\omega}{c} \int n_j dl}, \quad (3.55)$$

то для того, чтобы описать распространение волны с помощью обобщенных параметров Стокса мы пишем (для тензора поляризации)

$$S_{jk} = E_j \cdot E_k^* \quad (3.56)$$

и

$$S_{jk} = S_{jk}^o \cdot e^{i\frac{\omega}{c} \int (n_j - n_k^*) dl} \quad (3.57)$$

Если плазма также поглощает радиоволны, процесс этот может быть описан введением мнимой части в коэффициент преломления:

$$n_j = n_j' + i n_j'' \quad (3.58)$$

Далее мы вводим в рассмотрение разницу фаз нормальных волн:

$$\Delta\phi = i\frac{\omega}{c} \int (n_j' - n_k') dl \quad (3.59)$$

и оптическую толщину

$$\tau = \frac{\omega}{c} \int (n_j'' + n_k'') dl \quad (3.60)$$

Тогда уравнение переноса можно написать в виде:

$$S_{jk} = S_{jk}^o e^{i\phi} \cdot e^{-\tau} \quad (3.61)$$

Здесь мы заменим

$$j \rightarrow e; k \rightarrow o \quad (3.62).$$

И тогда имеем

$$\begin{aligned} S_{ee} &= I_e = I_e^o e^{-\tau_e} \\ S_{oo} &= I_o = I_o^o e^{-\tau_o} \\ S_{eo} &= S_{oe}^o e^{i\phi} \cdot e^{-\tau}, \end{aligned} \quad (3.63)$$

где

$$\begin{aligned} \tau_e &= \frac{\omega}{c} \int 2n_e'' dl \\ \tau_o &= \frac{\omega}{c} \int 2n_o'' dl \end{aligned} \quad (3.64)$$

Мы также введем среднюю для двух типов волн оптическую толщину

$$\tau = \frac{\tau_e + \tau_o}{2}. \quad (3.65)$$

Коэффициент поглощения (ср. (3.48)):

$$\kappa = 2 \frac{\omega}{c} n'' \quad (3.66)$$

Тогда уравнения переноса принимают вид:

$$\begin{aligned} S_{ee} &= \int \epsilon_e e^{-\tau_e} dl \\ S_{oo} &= \int \epsilon_o e^{-\tau_o} dl \\ S_{eo} &= \int \epsilon_{eo} e^{-\tau+i\phi} dl \\ S_{eo} &= S_{oe}^* \end{aligned} \quad (3.67)$$

Два последних выражения описывают когерентность нормальных волн, излучаемых средой. Они отличны от нуля, если излучаемая волна имеет поляризованную компоненту, тип которой отличен от поляризации нормальных волн.

Заметим, что для параметров Стокса последнее соотношение в (3.51) приобретает вид:

$$\begin{aligned} S_3 &= S_3 e^{-\tau} \cos \phi \\ S_4 &= S_4 e^{-\tau} \sin \phi \end{aligned} \quad (3.68)$$

Вообще говоря, отличие коэффициента преломления от единицы влияет и на интенсивность распространяющейся волны и конечно на направление ее распространения. Если однако отличие это мало, то можно

пользоваться приведенными формулами (считая, что $X, Y \ll 1$). Влияние плазмы на форму луча можно учитывать обычным для оптики законом преломления на границе двух сред:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (3.69)$$

Здесь коэффициенты преломления n_k определяются выведенными выше формулами, а среда представляется разделенный на отдельные слои как показано на Рис.3. Такой анализ оказывается существенным, например, при моделировании излучения солнечной короны в метровом диапазоне. Эффект преломления радиоволн важно также учитывать при исследовании направленности излучения некоторых типов всплесков, для которых генерация излучения происходит на частотах, близких к плазменной, где $X \approx 1$ и, стало быть, $n \ll 1$ (см. формулу (3.17)). Большую роль влияние отклонения коэффициента преломления от единицы может играть в сильно неоднородных средах. В этом случае средняя электронная плотность может быть низкой, но в уплотненных участках плазмы заметно влияние отклонения n от единицы.

Тема: **ВЛИЯНИЕ ПЛАЗМЫ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН**

Поляризация нормальных волн

Из магнито-ионной теории (см. лекцию 3) мы нашли, что в анизотропной плазме возможно распространение двух типов волн — обыкновенной (индекс “о” — *ordinary*) и необыкновенной (индекс “х” — *extraordinary*). Эти два типа волн отличаются характером поляризации, который задается *коэффициентом поляризации*:

$$R \equiv \frac{E_x}{E_y} \quad (4.1)$$

При этом коэффициент преломления (как для обоих типов волн) определяется выражением (формула 3.40 предыдущей лекции):

$$n^2 = 1 - \frac{X}{1 - iRY_L} \quad (4.2)$$

или

Для R мы получили выражение

$$R_{o,x} = -i(\mu \mp \sqrt{\mu^2 + 1}), \quad (4.3)$$

где

$$\mu = \frac{1}{2} \frac{Y_T^2}{Y_L(1 - X)} \approx \frac{1}{2} \frac{\omega_B}{\omega} \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}. \quad (4.4)$$

Здесь α — угол направления магнитного поля относительно направления распространения волны (волновой вектор $\vec{k}$); $Y = \frac{\omega_B}{\omega} = \frac{eB}{mc\omega}$ или, как вектор $\vec{Y} = \frac{eB}{mc\omega} \cdot \frac{\vec{B}}{B}$, — магнитное поле в безразмерных единицах. При этом, $\vec{Y}_L$ and $\vec{Y}_T$ являются продольной и поперечной компонентами поля. Из приведенных формул видно, что поляризация нормальных волн на данной частоте зависит главным образом от напряженности и направления магнитного поля. В правой части выражения (4.3) мы пренебрегли влиянием электронной плотности, считая, что она мала

$$\omega \gg \omega_o \quad (X = \frac{\omega_o^2}{\omega^2} \ll 1), \quad (4.5)$$

то есть частота волны ω много больше плазменной $\omega_o = \sqrt{\frac{4\pi N e^2}{m}}$.

Это верно для широкого круга астрофизических задач, хотя отнюдь не всегда. Удобно представить коэффициент поляризации в виде:

$$R = i \tan \sigma, \quad (4.6)$$

где $\tan \sigma$ есть отношение осей эллипса поляризации (см Лекцию 2). Тогда уравнению (4.2) можно придать вид: принимает вид

$$\mu = \cot(2\sigma), \quad (4.7)$$

учтя соотношение $1 + \operatorname{tg}^2 x = 1/\sin^2 x$. Выражение для коэффициента преломления может быть, следовательно записано итак (формула 3.41 предыдущей лекции):

$$n^2 = 1 - \frac{X}{1 + \tan \sigma \cdot Y_L} \quad (4.8)$$

Часто также бывает удобно представить (4.9) как

$$\mu = q \frac{\sin \alpha^2}{\cos \alpha}, \quad (4.9)$$

где параметр

$$q \equiv \frac{1}{2} \frac{Y}{1 - X} \quad (4.10)$$

зависит только от напряженности магнитного поля, но не от его направления (X — безразмерная электронная плотность).

Рис.1 Зависимость эллиптичности нормальных волн от направления магнитного поля для различных величин напряженности поля — параметра q (формула 4.10)

На Рис. 4.1 эллиптичность поляризации $\tan \sigma$ представлена как функция направления магнитного поля α для нескольких значений q . В случае продольного распространения поляризации нормальных волн естественно является круговой для любого значения q . ($\tan \sigma = \pm 1$, $\alpha = 0, 180^\circ$). В случае поперечного распространения — поляризация линейная ($\tan \sigma = 0$ или ∞ , $\alpha = 90^\circ$). Однако для малых величин q поляризация нормальных волн остается практически круговой почти для всех направлений магнитного поля за исключением малого интервала углов около направления перпендикулярного магнитному полю. Этот случай носит название *квазипродольного (QL) распространения*. Малое значение q определяется обычно малой напряженностью магнитного поля ($\omega_B \ll \omega$). Для случая квазипродольного распространения мы можем воспользоваться гораздо более простой формулой, которая совпадает с формулой для случая продольного распространения с заменой величины магнитного поля B на его продольную компоненту B_l . Мы получаем:

$$n_{L,R}^2 = 1 - \frac{X}{1 \pm Y_l} \quad (4.11)$$

Здесь знак $+$ относится к левополяризованному излучению, а знак $-$ — к правой поляризации. В случае $Y_l > 0$ ($0 < \alpha < \pi/2$) это — обыкновенная и необыкновенная волна, соответственно. Если уравнение (4.9) зарисовываем в форме

$$n_{o,x}^2 = 1 - \frac{X}{1 \pm |Y_L|}, \quad (4.12)$$

то знак $+$ относится к обыкновенной, а знак $-$ к необыкновенной волне. Случай квазипродольного (QL) распространения представляет особый интерес для диагностики космической плазмы, потому что при слабых магнитных полях ($\omega_B \ll \omega$) и невысокой электронной плотности это приближение справедливо почти для любого направления магнитного поля, за исключением узкого интервала углов вокруг строго поперечного поля (случай квазипоперечного распространения).

Малые значения напряженности поля:

$$Y = \frac{eB}{mc\omega} \ll 1 \quad (4.13)$$

характерны, например, для межзвездной среды, где, стало быть, почти всегда справедливо квазипродольное приближение.

2. Эффект Фарадея

Эффект Фарадея заключается во вращении плоскости линейной поляризации или осей поляризационного эллипса (в случае эллиптической поляризации) излучения при распространении электромагнитной волны в анизотропной среде. Он не изменяет характера поляризованного по кругу излучения. В случае распространения электромагнитной волны в плазме Эффект Фарадея предполагает справедливость приближения геометрической оптики и, в свою очередь — приближения квазипродольного распространения; если случай квазипродольного распространения не имеет места, изменения поляризации следуют более сложному закону, который носит название эффекта Коттона-Мутона.

Для получения формулы, описывающей эффект Фарадея, начнем с вывода выражения для разности фаз двух нормальных волн в приближении геометрической оптики для случая квазипродольного распространения. Используя Формулу (4.9) для коэффициентов преломления, получаем:

$$\Delta\phi = \phi_L - \phi_R = \frac{\omega}{c} \int (n_L - n_R) dl \approx \frac{\omega}{c} \int XY_l dl \quad (4.14)$$

Здесь мы приняли во внимание, что $X, Y \ll 1$ (а также, соответственно, что $n_L = n_R = 1$), пренебрегли значениями более высоких степеней X и Y чем первая. Простой анализ показывает, что угол вращения плоскости поляризации связан с разностью фаз нормальных волн, поляризованных по кругу, простым соотношением (см. Рис. 3):

$$\chi = \frac{\Delta\phi}{2} \quad (4.15)$$

Объединяя (4.12) и (4.13), получаем выражения для угла вращения плоскости поляризации:

$$\chi = \frac{1}{2} \frac{\omega}{c} \int XY_l dl = \frac{1}{2} \frac{\omega}{c} \int \frac{\omega_c^2}{\omega^2} \frac{\omega_B}{\omega} dl = \frac{2\pi e^3}{m^2 c^2 \omega^2} \int B_l N_e dl. \quad (4.16)$$

Таким образом, угол вращения пропорционален продольной компоненте магнитного поля, электронной плотности, и, разумеется, длине пути. Он также имеет сильную частотную зависимость, а именно — пропорционален квадрату длины волны. С учетом значений констант:

$$\chi = 2.4 \cdot 10^4 \frac{RM}{f^2} \quad (4.17)$$

(f — частота волны в Гц) или

$$\chi = 2.7 \cdot 10^{-17} RM \cdot \lambda^2, \quad (4.18)$$

(λ — длина волны в см) где мы определили *меру вращения* RM как

$$RM \equiv \int B_l N_e dl. \quad (4.19)$$

Фарадеевское вращение является очень сильным эффектом. Так, например, для $\lambda = 30$ см, $N_e = 10^8$ см⁻³, $B = 10$ Г (отражающих весьма умеренные значения параметров короны активной области на Солнце) мы получим $\chi = \pi$ на пути всего $l \approx 1$ км! Такого рода оценки дают основания ожидать, что в большинстве случаев линейная поляризация будет “замываться” в солнечной атмосфере — вследствие широкой частотной полосы приемника или протяженной структуры источника. Действительно, в большинстве случаев эллиптичность поляризованной компоненты солнечного радиоизлучения лежит ниже пределов надежного измерения; имеются, однако, и важные исключения. Ясно, что для обнаружения и исследования эффекта Фарадеевского вращения следует стремиться использовать возможно более узкополосные системы приемников.

В случае обнаружения эффект фарадеевского вращения плоскостной компоненты поляризации, наблюдаемый как функция длины волны может быть использован для измерения магнитного поля в плазме. Такой метод давно применяется к измерению магнитного поля в Галактике. Поле внешних частей солнечной короны измеряется по вращению плоскости поляризации внешних источников, наблюдаемых сквозь корону (например, Крабовидной туманности).

4.3 Эффект Коттона-Мутона

Эффект Коттона-Мутона описывает изменение состояния поляризации в анизотропной плазме в случае, когда работает приближение геометрической оптики, но нельзя пользоваться квазипродольным приближением. Тогда для описания состояния поляризации в распространяющейся волне нам следует представить ее как сумму двух нормальных

волн с заданными типами эллиптических поляризаций, определяемыми локальными параметрами плазмы и направлением распространения (относительно направления магнитного поля). Для этого мы должны решить уравнение для комплексных векторов:

$$\vec{E} = E_e \vec{e}_e + E_o \vec{e}_o, \quad (4.20)$$

где $\vec{e}_e$ и $\vec{e}_o$ — орты, соответствующие поляризации нормальных волн и E_e и E_o — их комплексные (то есть с учетом фазы) амплитуды.

Далее, мы описываем распространение волн по законам геометрической оптики (см. лекцию 3):

$$\vec{E}_{e,o} = \vec{E}_{e,o}^0 \cdot e^{i\frac{\omega}{c} \int n_{e,o} dl}. \quad (4.21)$$

Складывая $\vec{E}_e$ и $\vec{E}_o$ после прохождения через соответствующую область плазмы мы найдем результат ее воздействия на характер поляризации. Эта же задача может решаться и с помощью уравнений переноса для обобщенных параметров Стокса. Базис (единичные вектора) для обобщенных параметров Стокса в этом случае должен соответствовать поляризации нормальных волн. Можно при этом использовать матрицы преобразования вектора-параметра Стокса при переходе от одного базиса к другому.

В силу громоздкости выводов мы здесь соответствующие выражения не приводим. Однако Рисунок 4.4 иллюстрирует один простой случай изменения характера поляризации при распространении первоначально поляризованного по кругу излучения в поперечном магнитном поле (нормальные волны соответственно обладают линейной поляризацией).

Рис.4 Эффект Коттона-Мутона (пример изменения поляризации волны при распространении поперек магнитного поля)

Заметим, что в общем случае эффекта Коттона-Мутона меняются как эллиптичность так и направление осей эллипса поляризованной компоненты.

4.4 Предельная поляризация

В разделе 4.2 мы видели, что эффект замытия (линейной) поляризации обусловлен нарушением когерентности обыкновенной и необыкновенной волн, когда колебания амплитуд и фаз этих волн становятся некоррелированными.

$$\overline{e^{i\Delta\phi}} \longrightarrow 0, \quad (4.22)$$

где $\Delta\phi$ есть разность фаз волн двух типов.

Предельное значение разности фаз здесь определяется усреднением $\Delta\phi$ по ряду параметров, таких как длина волны (частота), по телесному углу источника или диаграммы направленности антенны, по протяженности области генерации излучения вдоль луча. Комбинация этих трех факторов усреднения (возможно с доминирующим влиянием какого-либо из них) обычно определяют сильную тенденцию к получению нулевого среднего значения $\overline{\exp(i\Delta\phi)} = 0$. Таким образом, будем считать, что нормальные волны от источника на Солнце или на других звездах действительно выходят как независимые по фазе.

В то же время амплитуды нормальных волн на выходе из солнечной атмосферы могут быть различны, что и определяет поляризацию выходящего и, стало быть, наблюдаемого излучения. Это означает, что тип поляризации солнечных источников должен совпадать с типом поляризации одной из нормальных волн во внешних слоях солнечной атмосферы (поляризация, естественно, обычно бывает частичной). Характер поляризации нормальных волн как функции физических параметров плазмы (электронной концентрации, напряженности и направления магнитного поля) уже обсуждались нами в начале этой лекции.

По мере удаления от поверхности Солнца (или другой звезды) электронная плотность и напряженность магнитного поля падают, в результате чего мы имеем $\omega_o \ll \omega$ и $\omega_B \ll \omega$, или $X \ll 1, Y \ll 1$. Соответственно со сказанным в разделе 4.1 в этом случае поляризация нормальных волн круговая почти для любого направления магнитного поля. Эту поляризацию в рассмотренном случае выхода излучения из атмосферы звезды мы называем предельной. Соответственно, в большинстве слу-

чаев радиоизлучение от Солнца и звезд поляризовано по кругу. Особые ситуации появления линейной поляризации (точнее эллиптичности) мы обсудим ниже. Они, прежде всего, связаны с возможным нарушением приближения геометрической оптики.

4.4 Распространение в QT-области

По аналогии с рассмотренным нами случаем квазипродольного распространения мы рассмотрим также случай квазиперечного распространения (QT-propagation), когда волна распространяется почти перпендикулярно магнитному полю. Поляризация нормальных волн в этом случае линейная, причем электрический вектор обыкновенной волны лежит в плоскости магнитного поля, а необыкновенной — перпендикулярен к ней. Случай квазиперечного распространения не встречается так часто, как квазипродольного, в силу того, что он охватывает сравнительно узкий интервал углов α направлений между направлениями распространения волны и магнитного поля (при сравнительно малых напряжениях магнитного поля). Между тем приближение квазипродольного распространения существенно используется при анализе изменения состояния поляризации при распространении волны поперек магнитного поля. Как мы увидим ниже, на этом анализе базируется интересный метод измерения магнитных полей в солнечной короне.

Для изотропной среды (в частности, плазмы) условие применимости приближения геометрической оптики можно представить в виде (см. Раздел 3.3):

$$\frac{\partial \phi}{\partial l} \cdot L \gg 1 \quad (4.23)$$

где L — линейный масштаб неоднородности. Здесь мы учли, что $\frac{\partial \phi}{\partial l} = k$ — (определение волнового числа в приближении геометрической оптики). Таким образом, условие (4.23) просто означает, что характерный размер неоднородностей плазмы должен существенно превосходить длину волны в плазме.

Однако для случая анизотропной плазмы это условие отнюдь не является достаточным. Мы должны потребовать, чтобы размер неоднородности превосходил не только длину волны для каждой моды, но также и масштаб набегу разности фаз между ними:

$$\frac{\partial \Delta \phi}{\partial l} \cdot L \gg 1 \quad (4.24)$$

Дело в том, что в пределах L , где фазы обеих волн не различаются значительно, их нельзя считать различными типами. Тогда обе моды не могут быть разделены и, стало быть, рассматриваться как различные типы волн.

Теперь вернемся к проблеме распространения волны в QT-области (см. Рисунок 4.4). Ось z совпадает по направлению с направлением распространения волны $\vec{k}$, и ось y направлена вдоль направления поперечного магнитного поля. Рассматриваемое магнитное поле в общем случае является расходящимся (магнитные линии не параллельны друг другу). Таким образом, ниже и выше начала выбранной нами системы координат имеется также ненулевая компонента магнитного поля вдоль оси z . Она меняет знак (направление) при переходе из верхней полуплоскости в нижнюю. Изменение знака продольной компоненты внешнего магнитного поля подразумевает, что в случае применимости приближения геометрической оптики знак поляризации (направление вращения электрического вектора волны) для нормальных мод при пересечении QT-области также должен меняться.

Это заключение следует из утверждения, что всюду, где действует приближение геометрической оптики, обыкновенная волн должна оставаться обыкновенной, (в частности, в самой QT-области, где $B_z = 0$, она должна стать линейно поляризованной).

Такая ситуация с изменением характера поляризации не может иметь место однако для волны любой частоты. В самом деле, для волны достаточно большой частоты при малой плотности и напряженности поля влиянием плазмы на ее распространение можно практически пренебречь. Иными словами, при достаточно малых X и Y описанные выше изменения состояния круговой поляризации с изменением направления вращения не будет происходить (случай распространения волны в вакууме, где волны распространяются независимо друг от друга и от внешнего магнитного поля, согласно однородного характера уравнений Максвелла в пустоте). На Рисунке 4.4 этот случай распространения волны показан снизу. Из сказанного можно заключить, что должна существовать критическая частота f_t (длина волны λ_t), определяющая границу двух описанных предельных случаев. Воспользуемся условием (4.24) для оценки ее значения.

Выражения для коэффициентов преломления в QT-области (см формулу (3.36) предыдущей лекции) имеют вид (случай — $|R_o| \ll 1$ для обыкновенной волны и — $|R_e| \gg 1$ для необыкновенной):

$$\begin{aligned} n_o^2 &= 1 - X \\ n_e^2 &= 1 - \frac{X}{1 - Y_T^2} \approx 1 - X - XY_T^2 \end{aligned} \quad (4.25)$$

Рис.5 *Распространение нормальных волн в QT-области.*
Отсюда следует, что

$$\Delta n = n_o - n_e \approx \frac{1}{2}XY_T^2 \quad (4.2)$$

Теперь мы можем оценить положение пределов QT-области на оси z из условия $\mu \approx 1$. Оно определяет границу области, где наклон магнитного поля α' к перпендикулярному направлению относительно распространяющейся волны таков, что поляризация нормальных волн уже не является линейной.

$$\frac{Y}{2} \cdot \frac{1}{\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha')} = 1, \quad (4.27)$$

где угол α' есть угол между магнитным полем и направлением поперечного распространения в данной точке. Это условие можно также переписать в виде:

$$\alpha' \approx \frac{Y}{2} \quad (4.28)$$

При слабом магнитном поле поляризация нормальных волн всюду близка к круговой за исключением небольшой области QT- распространения, где отличие от случая поперечного распространения по углу не превосходит величины, даваемой формулой (4.26). Таким образом, условие (4.22) можно записать в виде

$$L \cdot \Delta k = \frac{\omega}{4c} \cdot \frac{XY^3}{d\alpha/dz} \gg 1 \quad (4.29)$$

Таким образом характерная длина QT-области определяется выражением :

$$L \approx \frac{Y/2}{d\alpha/dz} \quad (4.30)$$

Характерный масштаб расходимости магнитного поля находим как

$$L_B \approx \left(\frac{d\alpha}{dz} \right)^{-1} \quad (4.31)$$

Далее, чтобы найти критическую частоту $f_t(\omega_t)$ напомним :

$$\frac{\omega_o^2 \omega_B^3 L_B}{4c\omega_t^4} \approx 1 \quad (4.32)$$

С учетом значений физических постоянных формулу (4.30) можно переписать в следующем виде :

$$f_t = [2 \cdot 10^{17} \cdot NB^3 L_B]^{1/4} \quad (4.33)$$

Эта формула может быть использована для измерения магнитного поля в QT-области в случае, когда наблюдается инверсия знака поляризации по диапазону. Хотя критическая частота (или длина волны) зависят не только от напряженности поля, но и от электронной концентрации N_e , а также от характерного масштаба расходимости поля L_B . Однако эти параметры плазмы входят под знаком корня четвертой степени, в то время как зависимость от напряженности поля почти линейная $f_t \propto B^{3/4}$. Такой метод оказался действительно применимым в ряде случаев к анализу магнитных полей в солнечной короне над активными областями Солнца.

Более детальный количественный анализ позволяет получить следующую зависимость изменения степени круговой поляризации от частоты при прохождении волной QT-области :

$$P = P_o(-1 + 2e^{-\delta}) \quad (4.34)$$

где

$$\delta = \frac{\pi \omega_L^2 \omega_B^3}{8 c \omega^4 \left| \frac{d\alpha}{dz} \right|} = 2.27 \cdot 10^{20} \frac{NB^3}{\omega^4 \left| \frac{d\alpha}{dz} \right|} \quad (4.335)$$

или

$$\delta = 1.455 \cdot 10^{17} \frac{NB^3 L_B}{f^4} = 1.802 \cdot 10^{-25} NB^3 L_B \lambda^4 \quad (4.34)$$

Из-за сильной, экспоненциальной зависимости величины степени поляризации от δ в формуле (4.31) можно ожидать, что эффект инверсии быстро иеняется с длиной волны. Это действительно наблюдается в ряде случаев инверсии знака поляризации отдельных компонент локальных источников радиоизлучения активных областей Солнца. Такая сильная зависимость определяет высокую точность измерения магнитного поля в области квазиоперечного распространения волны в солнечной корне по измерениям критической волны в спектре с инверсией. Пример такого случая приведен на Рисунке 4.5.

Рис.4.5 *Зависимость поляризованного сигнала от длины волны для источника над солнечным пятном. Изменение знака поляризации на волне λ_t обусловлена влиянием QT-области.*

Тема: ТОРМОЗНОЙ МЕХАНИЗМ ИЗЛУЧЕНИЯ

Поляризация нормальных волн

Излучение, возникающее при столкновениях электронов с ионами является наиболее часто встечающимся случаем теплового механизма генерации радиоволн космической плазмой. Этот механизм принято называть *тормозным* (в мировой литературе используется термин *bremsstrahlung*).

Заметим, что столкновение двух одинаковых частиц не приводит к излучению, так что, например, электронно-электронные столкновения мы не будем принимать во внимание. Мы также не будем учитывать ионно-ионные столкновения, даже различных ионов, поскольку их большая масса ограничивает величину ускорения и по сравнению с электронами их ожидаемый вклад в излучаемую мощность мал.

Существуют два подхода к выводу основных формул, описывающих величину тормозного излучения: (1) для нахождения амплитуды излучаемой волны мы анализируем ускорение, испытываемое электроном, когда он в ходе столкновения приближается к иону и (2) мы ищем величину ослабления волны, характеризующую ее *коэффициент поглощения*, из которого затем по закону Кирхгоффа можем также найти *излучательную способность* плазмы.

5.1 Излучательная способность тепловой плазмы

Начнем с описания упрощенного вывода выражения для излучательной способности теплового тормозного излучения плазмы. Это нам позволит продемонстрировать суть физического процесса тормозного излучения.

Ускорение электрона при его столкновении с ионом определяется силой Кулона:

$$m\ddot{\vec{r}} = -e\vec{E} = (-e)\frac{(Ze)\vec{r}}{r^2} \quad (5.1)$$

Здесь $-e$ — заряд электрона и Ze — заряд иона, вектор $\vec{r}$ соединяет электрон с ионом. Если считать массу иона очень большой, взаимодей-

ствие, описываемое этой силой, не изменяет величины скорости электрона, а только ее направление (см. Рис.5.1). В действительности конечно небольшая часть энергии передается иону и часть переходит в электромагнитное излучение; обоими этими эффектами мы сейчас пренебрегаем. Так называемое *дипольное излучение* (приближение, справедливое при малых скоростях движения) полностью описывается ускорением заряженных частиц. Энергия, излучаемая в единицу времени, зарядом e (в нашем случае электроном) равна

$$\epsilon_1 = \frac{2e^2 w^2}{3c^3}, \quad (5.2)$$

где w — ускорение частицы и ϵ_1 — полная энергия генерируемого излучения. Используя (5.1) чтобы найти ускорение $w = Ze^2 m r^2$, мы получаем выражение для энергии, излучаемой в единицу времени:

$$\epsilon_1 = \frac{2Z^2 e^6}{3m^2 c^3 r^4} \quad (5.3)$$

Рисунок 5.1 Движение электрона в электрическом поле иона и ожидаемое излучение как функция времени

Ускорение продолжается в течение времени, пока частицы находятся на расстоянии, сравнимым с параметром столкновений p , то есть минимальным расстоянием налетающей частицы до асимптотики орбиты. Это время можно оценить как $\Delta t \approx \pi p/v$, где v — скорость электрона. Таким образом ширина спектра излученного импульса $\Delta\omega \approx (\Delta t)^{-1} v/\pi p$. Учитывая формулу (5.3), мы получаем выражение для спектральной плотности энергии излучаемой волны:

$$\frac{\epsilon_\omega^1 = \epsilon_1}{\Delta\omega} = \frac{2\pi p Z^2 e^6}{3m^2 c^3 p^4 v} \quad (5.4)$$

В этой формуле мы уже видим типичную для рассматриваемого механизма зависимость от $Z^2 e^6$, то есть от квадрата зарядового числа иона. Спектральная плотность излучения обратна пропорциональна скорости электрона v , то есть $\sqrt{T}$ (T — электронная температура). В знаменатель константы также входит характерное сочетание $m^2 c^3$. Отметим также, что коэффициент излучения не зависит от частоты. Последнее верно только в длинноволновой части спектра (то есть для радиоволн) и обусловлено тем, что импульс взаимодействия считается нами достаточно коротким: Δt много меньше периода волны.

Поскольку речь идет пока о парных столкновениях, то число столкновений в единице объема должно быть пропорционально как числу излучающих частиц электронов N_e , так и числу частиц, с которыми они сталкиваются N_i и которые являются причиной их ускорения. В действительности сила Кулона является весьма дальнотействующей и следует учитывать взаимодействие всех частиц, находящихся в пределах дебаевского радиуса. При этом оказывается, что основной вклад в излучение вносят не рассмотренные нами сейчас парные столкновения, а далекие взаимодействия, одновременно с большим числом частиц.

В следующем разделе мы приведем более детальный вывод формул, базирующийся на рассмотрении процесса поглощения волны, а не излучения.

5.2 Коэффициент поглощения для тепловой изотропной плазмы

Для получения выражения для коэффициента поглощения мы используем тот же метод, с помощью которого получили формулы для коэффициента преломления (см. Лекцию 3). Однако в данном случае коэффициент преломления становится комплексной величиной, с отличной от нуля как мнимой так и вещественной частью. Учет влияния столкновений включается в уравнение движения электрона под действием поля волны, где соответствующий член определяет энергию, забираемую от волны и переходящую в конечном счете в тепловое движение электронов. В результате этого процесса волна затухает.

Мы начнем с рассмотрения случая изотропной плазмы и получим соотношение для коэффициента преломления, аналогичное

$$n^2 = 1 - \frac{4\pi N_e^2}{m\omega^2} = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}, \quad (3.15)$$

Уравнение движения электрона в поле волны

$$m\ddot{\vec{r}} = -e\vec{E} \quad (3.11)$$

(аналог уравнения (3.11) теперь принимает вид :

$$m\ddot{\vec{r}} = -e\vec{E} - \nu_{ei}m\dot{\vec{r}} \quad (5.6)$$

Как и в прошлый раз, мы пренебрегли в этом уравнении влиянием магнитного поля волны, но вставили в правой части новый член — изменение импульса электрона в единицу времени под действием столкновений. При этом нам пришлось использовать понятие эффективного числа столкновений в единицу времени ν_{ei} . За одно эффективное столкновение принимается процесс, при котором импульс движения частицы $m\dot{\vec{r}}$ меняется на величину, равную самому импульсу. В действительности в плазме в силу дальнего действия кулоновской силы электрон все время испытывает более слабое воздействие одного или нескольких ионов, и изменение направления его движения происходит в основном более плавно, чем можно было бы ожидать в случае, когда доминируют парные столкновения. Это обстоятельство учитывается при выводе выражения для эффективной частоты столкновений электрона с ионами ν_{ei} , но, естественно, только приближенно.

Для случая плоской монохроматической волны уравнение (5.6) принимает вид :

$$-\omega^2 m\vec{r} = -e\vec{E} + i\omega\nu_{ei}m\vec{r}. \quad (5.7)$$

Определим безразмерную частоту столкновений как

$$Z \equiv \frac{\nu_{ei}}{\omega} \quad (5.8)$$

Для частоты столкновений будем использовать выражение (см. например В.В.Железняков, 1977, с. 272) :

$$\nu_{ei} = \pi \frac{e^4}{(kT)^2} \bar{v} N A \approx \frac{5.5N}{T^{3/2}} A, \quad (5.9)$$

$$\begin{cases} A = \ln \left(220 \frac{T}{N^{1/3}} \right) T < 4 \cdot 10^5 \\ A = \ln \left(10^4 \frac{T^{2/3}}{N^{1/3}} \right) T > 4 \cdot 10^5 \end{cases} \quad (5.10)$$

Отсюда находим $\vec{r}$ и вектор поляризации $\vec{P} = -eN_e\vec{r}$ (см. (3.4)) :

$$\vec{P} = -\frac{N_e e^2}{m\omega^2(1+iZ)}\vec{E}. \quad (5.11)$$

Здесь как вектор $\mathbf{r}$ так и $\mathbf{P}$ являются комплексными величинами, отражая не только амплитуды но и фазовые соотношения колебаний, вызванных электрическим полем волны.

Используя (5.11), мы получим (сравни с (3.12))

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \left(1 - \frac{X}{1+iZ}\right)\vec{E} \quad (5.12)$$

Наконец, выражение для коэффициента рефракции имеет вид :

$$n^2 = \epsilon = 1 - \frac{X}{1+iZ} \approx 1 - X + iXZ \quad (5.13)$$

Мнимая часть этого выражения

$$Im(n) = \frac{XZ}{2Re(n)}$$

описывает поглощение волны, обусловленное столкновениями электронов с ионами. В последнем, упрощенном выражении в (5.11) мы считали, что $Z \ll 1$, что в большинстве астрофизических задач действительно имеет место.

$$\kappa = \frac{\omega}{c} \frac{XZ}{n} \quad (5.14)$$

Здесь $\bar{v}$ — средняя скорость электронов. Учитывая сказанное, коэффициент поглощения волны может быть представлен в виде :

$$\kappa = \frac{\zeta N^2}{f^2 T^{3/2}} \quad (5.15)$$

Коэффициент $\zeta = \frac{11}{\pi} \frac{Ae^2}{mc}$, как следует из (5.13) и (5.14), слабо (логарифмически) зависит от параметров плазмы. Обычно в астрофизических приложениях его значение лежит в пределах 0.12–0.15. Вообще говоря, при его расчете кроме температуры надо учитывать химический состав и степень ионизации атомов различных элементов плазмы.

Поскольку мы здесь рассматриваем тепловое излучение, то из закона Кирхгоффа можно также получить выражение для излучательной способности :

$$\frac{\epsilon}{\kappa} = B(T) = \frac{2kTf^2}{c^2} \quad (5.16)$$

или

$$\epsilon = \frac{2\zeta k}{c^2} \frac{N^2}{\sqrt{T}}, \quad (5.17)$$

Важной особенностью этого выражения является то, что излучательная способность тормозного излучения не зависит от частоты (в радиодиапазоне).

5.3 Коэффициент поглощения для анизотропной плазмы

Подобным же образом осуществляется переход от случая бесстолкновительной плазмы к столкновительной при выводе выражения для коэффициента преломления радиоволн в анизотропной плазме с внешним магнитным полем $\vec{B}_0$. В этом случае уравнение движения электрона в электрическом поле волны и внешнего магнитного поля принимает вид (ср. с уравнением (3.19)):

$$m\ddot{\vec{r}} = -e\vec{E} - \frac{e}{c}\dot{\vec{r}} \times \vec{B}_0 - m\dot{\vec{r}}\nu_{ei} \quad (5.18)$$

Аналогично уравнению (5.6) в правой части включен член, учитывающий роль столкновений электронов с ионами в затухании электрического поля волны. Вновь рассмотрим плоскую монохроматическую волну. Тогда (5.18) принимает вид

$$-m\omega^2\vec{r} = -e\vec{E} + i\frac{\omega}{c}\vec{r} \times \vec{B}_0 + i\omega m\dot{\vec{r}}\nu_{ei}. \quad (5.19)$$

Далее умножая обе части этого уравнения на $Ne/m\omega^2$, мы получаем уравнение для вектора поляризации $\vec{P}$:

$$\vec{P}(1 + iZ) = -\frac{X}{4\pi}\vec{E} - i\vec{P} \times \vec{Y} \quad (5.20)$$

Отсюда видно, что по сравнению с уравнениями для изотропной плазмы отличие состоит в замене

$$\begin{cases} X \longrightarrow \frac{X}{1+iZ}; \\ Y \longrightarrow \frac{Y}{1+iZ} \end{cases} \quad (5.21)$$

Теперь параметр μ и коэффициент поляризации R также комплексные числа, в частности

$$\mu = \frac{1}{2} \frac{Y_T^2}{Y_L(1 - X + iZ)}. \quad (5.22)$$

Однако ввиду малости величины Z влиянием столкновений на форму эллипса поляризации нормальных волн обычно пренебрегают и пользуются по-прежнему выражениями (3.23) и (3.24), определяющими их поляризацию.

В общем виде выражения для комплексного значения показателя преломления довольно сложные и мы здесь ограничимся случаем квазипродольного распространения, который как мы знаем (см. Лекцию 4) имеет наиболее широкую область применения в астрофизике. В этом случае для коэффициента рефракции выражение для бесстолкновительной плазмы (см. лекцию 3) в случае квазипродольного распространения :

$$n_{R,L}^2 = 1 - \frac{X}{1 \pm Y_L} \quad (5.23)$$

Подставляя сюда выражения согласно (5.21), находим

$$n_{R,L}^2 = 1 - \frac{X/(1 + iZ)}{1 \pm Y_L/(1 + iZ)} \quad (5.24)$$

или, пренебрегая малой величиной Z^2 , получаем

$$n_{R,L}^2 = 1 - \frac{X}{1 \pm Y} + i \frac{XZ}{(1 \pm Y_L)^2} \quad (5.25)$$

Отсюда следует, что коэффициент поглощения $\kappa = 2 \frac{\omega}{c} \text{Im}(n)$ имеет для нормальных волн следующий вид :

$$\kappa_{o,e} = \frac{1}{n_{o,e}} \frac{\omega}{c} \frac{XZ}{(1 \pm Y_L)^2} \quad (5.26)$$

то есть

$$\kappa_{o,e} = \frac{\kappa}{(1 \pm Y_L)^2}, \quad (5.25)$$

где κ — коэффициент поглощения для случая изотропной плазмы. Иначе

$$\kappa_{o,e} = \frac{\zeta N^2}{T^{3/2}(f \pm f_B |\cos \alpha|)^2}, \quad (5.27)$$

где определяется как в (5.15). Имея ввиду характер поляризации нормальных волн, мы можем также написать :

$$\kappa_{L,R} = \frac{\zeta N^2}{T^{3/2}(f \pm f_B \cos \alpha)^2} \quad (5.28)$$

Для коэффициентов преломления мы по-прежнему пользуемся формулами, полученными в Лекциях 3 и 4.

5.4 Диагностика космической плазмы

Начнем с обсуждения методов измерения электронной плотности и температуры плазмы на основе анализа ее теплового тормозного излучения. Как было уже рассмотрено в Лекции 1, уравнение переноса для теплового излучения может быть написано в виде

$$T_b \approx \int T e^{-\tau} d\tau, \quad (5.29)$$

где

$$\tau = \int \kappa dl \quad (5.30)$$

Для более коротких волн, поскольку ($\tau \propto \lambda^2$), плазма может стать оптически тонкой $\tau \ll 1$. Тогда уравнение (5.28) примет вид :

$$T_b = T \cdot \tau, \quad (5.31)$$

где некоторое среднее значение температуры в исследуемой плазме. В этом случае должна наблюдаться характерная зависимость $T_b \propto \lambda^2$, которая также определяет важнейший метод диагностики действия тормозного механизма излучения в области малых оптических толщин (интенсивность излучения в этом случае не зависит от частоты/длины волны, на которых ведутся наблюдения).

$$T_b = T\tau \propto \frac{EM}{\sqrt{T}} \lambda^2 \quad (5.32)$$

Для анализа интенсивности I мы используем уравнение переноса в форме

$$I = \int \epsilon dl, \quad (5.33)$$

где коэффициент излучения ϵ определяется формулой (5.17). Таким образом

$$I \propto \frac{EM}{\sqrt{T}} \quad (5.34)$$

и не зависит от частоты. Заметим также, что зависимость интенсивности от меры эмиссии EM и стало быть от электронной плотности более сильная, чем от температуры, которая стоит под корнем. Таким образом мы получаем эффективный метод анализа плотности космической плазмы. Следует подчеркнуть однако, что здесь речь идет о *среднеквадратичном* значении концентрации электронов, которое для сильно неоднородной среды может на много превосходить её среднее значение. В некоторых случаях у нас могут быть независимые данные о средней электронной плотности. В таком случае мы получаем возможность из сравнения с радионаблюдениями оценить степень неоднородности плазмы. Мерой этой неоднородности может служить так называемая *скважность* $\eta = \frac{\sqrt{\bar{N}^2}}{\bar{N}}$.

Поток излучения от всего объекта

$$F = \int I d\Omega \propto \frac{EM_V}{\sqrt{T}} \quad (5.35)$$

Здесь интеграл берется по всей видимой поверхности исследуемого объекта. Величина объемной меры эмиссии

$$EM_V = \int N^2 dV \quad (5.36)$$

вычисляется по всему объему источника, генерирующего излучение.

При наблюдениях того же объекта на более длинных волнах мы можем достигнуть области спектра, где $\tau > 1$. В этом случае

$$T = T_b, \quad (5.37)$$

что дает метод измерения температуры электронной компоненты плазмы.

Температура электронов плазмы T соответствует температуре на некоторой глубине излучающего слоя. Приблизительно можно считать, что

$$T_b(\lambda) = T(\tau(\lambda) = 1) \quad (5.38)$$

Это соотношение может быть использовано для исследования распределения температуры с глубиной объекта в области частот, где оптическая толщина больше единицы.

В присутствии магнитного поля следует работать с двумя уравнениями переноса — для интенсивностей волн с двумя ортогональными поляризациями, соответствующими двум типам нормальных волн в объекте. Как мы видели (Лекция 4), предельными поляризациями для волн, покидающих объект с плавно меняющимися параметрами чаще всего мы будем иметь дело с круговыми поляризациями. В некоторых случаях может потребоваться так же учет соотношения фаз между этими волнами и анализ областей возможного отклонения от условий применимости приближения геометрической оптики, в котором только и возможно написание уравнения переноса.

$$T_b^{L,R} = \int T(\lambda) \exp(-\tau_{L,R}) d\tau, \quad (5.36)$$

где

$$\tau_{L,R} = \int \kappa_{L,R} dl \quad (5.39)$$

где

$$\kappa = \frac{\zeta N_e^2}{T^{3/2}(f \pm f_B \cos \alpha)} \quad (5.40)$$

для случая $\tau \ll 1$ мы имеем

$$T_b^{L,R} = T \cdot \tau_{L,R} \quad (5.41)$$

или

$$T_b^{e,o} = T \cdot \tau_{e,o}. \quad (5.42)$$

Отсюда следует

$$P = \frac{T_b^e - T_b^o}{T_b^e + T_b^o} = \frac{\tau_e - \tau_o}{\tau_e + \tau_o} \approx 2 \frac{f}{f_B} |\cos \alpha| \quad (5.43)$$

и с учетом знака поляризации

$$P = \frac{T_b^R - T_b^L}{T_b^R + T_b^L} = \frac{\tau_R - \tau_L}{\tau_R + \tau_L} \approx 2 \frac{f}{f_B} \cos \alpha \quad (5.44)$$

Эта формула успешно используется для измерения магнитных полей в атмосфере в атмосфере Солнца. Для этой цели полезно переписать формулу в следующем виде:

$$B_l = \frac{54}{\lambda} P \% \quad (5.45)$$

В случае большой оптической толщи и изотермической плазмы

$$T_b^e = T_b^o = T_b^R = T_b^L. \quad (5.46)$$

В этом случае степень поляризации $P = 0$ и не удастся получить никакой информации о напряженности магнитного поля.

Однако при наличии градиента температуры различие глубин генерации двух типов волн приводит к различию их яркостных температур и, следовательно, возникновению поляризации. Приближенное решение уравнений переноса (5.36) для случая $f_B \ll f$ позволяет найти выражение для степени поляризации в форме

$$P = n \frac{f_B}{f} \cos \alpha. \quad (5.47)$$

Здесь спектральный индекс n определяется формулой

$$n = -\partial(\log T_b)/\partial(\log f). \quad (5.48)$$

Отсюда продольная компонента магнитного поля в этом случае может быть представлена в виде:

$$B_l = \frac{107}{\lambda \cdot n} P \quad (5.49)$$

Его величина может быть найдена из наблюдений. Таким образом, можно заключить, что измерения спектра и поляризации позволяют построить радиомагнитограф.

МЕХАНИЗМЫ КОСМИЧЕСКОГО РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

Лекция 6

Тема: МАГНИТНОТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Электромагнитное излучение, генерируемое ускорением электронов в магнитном поле, называют магнитнотормозным (*magnetic bremsstrahlung*). Для упрощения анализа, однако, удобно рассматривать отдельно два крайних случая: излучение электронов малых скоростей ($v \ll c$) — *циклотронное* излучение и излучение быстрых, релятивистских электронов ($v \simeq c$) — *синхротронное* излучение. Оба типа генерации радиоволн достаточно часто встречаются при интерпретации наблюдений и используются для диагностики космической плазмы. В данной лекции мы обсудим первый случай — радиоизлучения, генерируемого при движении в магнитном поле сравнительно медленных электронов, оставив второй случай для анализа в следующей лекции. Заметим сразу, что промежуточный случай умеренно быстрых электронов также представляет интерес для астрофизических приложений, но не имеет известных решений задачи в достаточно простом и наглядном математическом представлении. Для его анализа приходится, либо базироваться на модельный счет, либо использовать приближенные формулы, найденные эмпирически.

6.1. Циклотронное излучение на гирочастоте

Электрон, движущийся в магнитном поле $\vec{B}$ со скоростью $\vec{v}$, подвержен действию силы:

$$\vec{F} = -\frac{e}{c} \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad (1)$$

Эта сила, как известно, приводит к вращению электрона вокруг силовой линии магнитного поля с частотой

$$\omega_B = \frac{eB}{mc}, \quad (2)$$

называемой *гирочастотой* (*gyrofrequency*). Из (??) следует, что магнитное поле вызывает ускорение электрона

$$w = \frac{v_{\perp} e B}{mc}. \quad (3)$$

Как известно, заряженная частица, движущаяся с ускорением w , излучает в дипольном приближении (когда $v \ll c$) электромагнитную волну мощности:

$$P = \frac{2e^2 w^2}{3c^3} \quad (4)$$

Таким образом, для электрона в магнитном поле мы получаем мощность излучения

$$P = \frac{2e^4 B^2 v_{\perp}^2}{3m^2 c^5} \quad (5)$$

Этот тип излучения, однако, генерируется только на одной частоте $\omega = \omega_B$, то есть гирочастоте. Для практических оценок полезно помнить приближенное выражение для частоты

$$f_B = 2.8 B \text{ (MHz)} \quad (6)$$

Поляризация излучения зависит от направления вектора ускорения. Её следует рассматривать в проекции этого вектора на плоскость, нормальную к направлению на наблюдателя. В анализируемом нами случае поляризация эллиптическая с отношением осей эллипса, равным (см. Рис.6.1)

$$\tan \sigma = \cos \alpha, \quad (7)$$

где α — угол между направлениями магнитного поля $\vec{B}$ и направлением на наблюдателя, которое будем определять единичным вектором $\vec{n}$. Интенсивность излучения I зависит также от направления. Для анализа этой зависимости обратимся к потенциалу Лиенара -Вихерта:

$$\vec{A} = \frac{e\vec{v}}{cR(1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{c})} \approx \frac{e\vec{v}}{cR} \quad (8)$$

Последнее верно для частиц малых скоростей, с которыми мы сейчас и имеем дело. При вычислении электрического поля волны нас будет интересовать поперечная относительно луча зрения компонента векторного потенциала $\vec{A}_{\perp}$, так как поле волны на достаточно большом расстоянии от источника есть

$$\vec{B} = \frac{1}{c}(\dot{\vec{A}} \times \vec{n}) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}_\perp}{\partial t} \quad (9)$$

$$\vec{E} = \frac{1}{c}(\dot{\vec{A}} \times \vec{n}) \times \vec{n} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}_\perp}{\partial t} \quad (10)$$

Это выражение позволяет определить как интенсивность так и характер поляризации генерируемого излучения. Интенсивность может быть найдена по формуле (поток, отнесенный к единичному телесному углу, то есть на площади R^2).

$$I = \frac{c}{4\pi} E^2 \cdot R^2 \quad (11)$$

Таким образом, используя выражение для $\vec{E}$

$$\vec{E} = -\frac{e}{cR} \frac{\partial v_\perp}{\partial t} \cos \alpha = -\frac{e}{c^2 R} \vec{w}_\perp \cos \alpha = -\frac{e^2 B}{mc^3 R} w_\perp \cos \alpha, \quad (12)$$

получаем выражение для интенсивности с учетом поляризации волны:

$$I = \frac{e^4 B^2 v_\perp^2}{4\pi m^2 c^5} \frac{(1 + \cos^2 \alpha)}{2} \quad (13)$$

(Здесь мы учли, что $\cos^2 \omega_B t = 1/2$.)

Дипольное излучение электрона в магнитном поле имеет линейную поляризацию, если наблюдатель расположен в плоскости перпендикулярной к магнитному полю и — круговую, если наблюдатель находится в направлении поля. При этом, в последнем случае интенсивность излучения оказывается вдвое выше. Указанные особенности довольно легко понять, обратившись к картине вектора ускорения электрона: в плоскости нормальной к вектору магнитного поля $\vec{B}$ мы имеем дело только с одной компонентой вектора ускорения $\vec{w}$ (в проекции на плоскость, нормальную к направлению на наблюдателя), в то время как при наблюдении в направлении вдоль поля участвуют две взаимно ортогональные компоненты ускорения, сдвинутые по фазе на 90° (см. Рис.6.1).

Рисунок 6.1 Магнитное поле, направление на наблюдателя и ускорение электрона в магнитном поле $\vec{B}$

Для полного излучения электрона во всех направлениях мы должны проинтегрировать (6.9) по всем телесным углам. В результате имеем:

$$P = 2\pi \int I \sin \alpha d\alpha = \frac{2e^4 B^2 v_{\perp}^2}{3m^2 c^5} \quad (14)$$

— в согласии с (6.5). Теперь примем во внимание доплеровское смещение частоты излучаемой волны. Поскольку средняя скорость электрона в плоскости нормальной к магнитному полю нулевая, а его излучение (в любом направлении) длится все время, эта компонента скорости не приводит в (нерелятивистском случае) к смещению частоты. Таким образом, мы рассмотрим сейчас только сдвиг, обусловленный компонентой скорости $v_{\parallel} = v \cdot \cos \chi$ — продольной относительно поля и лежащей в плоскости, нормальной по отношению направления распространения волны. Здесь χ это *pitch-угол* — между направлениями скорости электрона $\vec{v}$ и магнитного поля $\vec{B}$. Таким образом, в направлении угла α относительно магнитного поля наблюдатель регистрирует излучение на частоте

$$\omega = \omega_B \left(1 + \frac{v_{\parallel}}{c} \cos \alpha\right) = \omega_B \left(1 + \frac{v}{c} \cos \chi \cos \alpha\right). \quad (15)$$

От плазмы с температурой электронов T можно было бы ожидать излучательную способность ϵ (мощность в единичном телесном угле, генерируемую в единичном объеме).

$$\epsilon = N \cdot \frac{e^4 B^2 kT}{8\pi m^3 c^5} (1 + \cos^2 \alpha) e^{-\frac{(\omega - \omega_B)^2}{2v_T^2 \cos^2 \alpha} c^2} \quad (16)$$

где N — электронная концентрация. Коэффициент в этой формуле выбран так, чтобы полная интенсивность по всему излучаемому диапазону частот давалась формулой (6.11). Заметим, что при наблюдении в направлении, перпендикулярном магнитному полю, не ожидается доплеровского расширения циклотронной линии.

В действительности, полученные выражения для интенсивности излучения являются очень плохим приближением, так как они выведены в предположении, что коэффициент преломления радиоволн в плазме $n = 1$. Дело в том, что мы рассматривали излучение вблизи ларморовской частоты электронов ω_B , где выражение для коэффициента прело-

мления необыкновенной волны терпит разрыв (см. Лекции 3 и 4). Мы здесь не будем приводить более точного и очень громоздкого вывода более корректных выражений. Основные физические процессы, связанные с излучением на первой гармонике, действительно имеют место и помогли нам понять суть явления. Теперь мы перейдем к анализу излучения на гармониках гирочастоты.

2. Излучение на гармониках гирочастоты

Возникновение излучения на второй и более высоких гармониках гирочастоты возможно только при учете релятивистских эффектов, даже, когда речь идет об излучении частицами, движущимися со скоростями, много меньшими скорости света c . Обратимся к выражению для потенциала Лиенера-Вихерта.

$$\vec{A} = \frac{e\vec{v}}{cR(1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{c})} \quad (17)$$

здесь $\vec{n}$ определяет направление распространения волны. Учитывая, что $v \ll c$, мы можем воспользоваться разложением в ряд $\vec{A}$ по степеням малой величины v/c . Затем, используя (6.9), найти интенсивность I для различных гармоник гирочастоты, так как $\vec{v} \propto e^{i\omega_B t}$. Следуя этой программе, мы можем получить выражение для излучения от одного электрона:

$$\epsilon = \frac{s(2s+4)(s!)^2}{2(2s)} \frac{e^2 \omega_B^2}{2\pi c} \left(\frac{v_{\perp}}{c}\right)^{2s} B(\alpha), \quad (18)$$

где

$$B(\alpha) = \frac{1 + \tan \sigma \cos \alpha}{1 + \tan^2 \sigma} \sin \alpha (2s - 2) \quad (19)$$

и s — номер гармоники гирочастоты. Величина $\tan \sigma$ определяет отношение осей эллипса поляризации соответствующего типа волны — обыкновенной или необыкновенной.

Как видно из выражения для излучательной способности электрона (6.14), излучение в направлении магнитного поля $\alpha = 0$ на гармониках гирочастоты ($s \geq 2$) не генерируется. Это легко понять, если учесть, что отсутствуют колебания в скорости движения электрона в направлении магнитного поля; при этом в проекции на плоскость, нормальную

к направлению на наблюдателя, вектор ускорения просто вращается с частотой ω_B .

Чтобы получить выражение для излучения ансамбля электронов тепловой плазмы мы должны в (6.14) подставить выражение для тепловой скорости, а также учесть доплеровское смещение частот для максвелловского распределения скоростей электронов. В результате можем получить выражение для излучательной способности в виде :

$$\epsilon = \frac{s^{2s}}{2^s s!} \frac{e^2 \omega N_e}{c} \left(\frac{v_T}{c} \right)^{2s-2} \frac{B(\alpha)}{|\cos \alpha|} e^{-\frac{(\omega - s\omega_H)^2}{2v_T^2 \cos^2 \alpha}} \quad (20)$$

Коэффициент поглощения при этом может быть найден из закона Кирхгоффа.

$$\kappa_{js} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{s^{2s}}{2^s s!} \frac{\omega}{c} X \beta_T^{2s-3} B_{js}(\alpha) \cdot e^{-\frac{(\omega - s\omega_H)^2}{2\omega^2 \beta_T^2 \cos^2 \alpha}} \quad (21)$$

где функция $B_{js}(\alpha)$ представляет зависимость излучения/поглощения от направления излучения относительно магнитного поля.

$$B_{js}(\alpha) = (\cos \sigma + \sin \sigma \cos \alpha)^2 \frac{\sin^{2s-2} \alpha}{\cos \alpha}, \quad (22)$$

Здесь величина X есть безразмерная электронная концентрация ($X = \frac{4\pi N_e e^2}{m\omega^2}$), причем отношение осей эллипса поляризации $\tan \sigma$ различно для двух типов волн. Коэффициент излучения/поглощения убывает с ростом номера гармоники, становясь слабее по порядку величины в $(\frac{v_t}{c})^2$ или $\frac{kT}{mc^2}$ раз для каждой следующей гармоники. Даже в сравнительно горячей плазме солнечной короны эта величина является малой величиной порядка 10^{-4} .

6.3. Диагностика космической плазмы на основе анализа теплового циклотронного излучения

Как мы видели выше, излучение тепловых электронов в плазме состоит из ряда линий на гармониках гирочастоты, причем интенсивность каждой следующей гармоники значительно слабее предыдущей. Ширина излучения на каждой гармонике определяется доплеровским эффектом движения излучающих тепловых электронов вдоль магнитного поля, то есть $\Delta f/f \approx v_T/c$. Например, для корональных электронов ширина линии может быть порядка 1 строго поперек поля она становится

значительно уже . Источники с таким линейчатым спектром возможны однако только при условии достаточно обширной области однородного магнитного поля. Однородные поля в сочетании с локальными аномалиями температуры могут иметь место в корональных арках, токовых слоях и некоторых других плазменных структурах, присутствие которых ожидается в космических объектах. Сообщения об обнаружении такого рода циклотронных линий имеются в печати, хотя и немногочисленные.

Гораздо более изученным и подробно исследованным случаем является излучение источников с протяженной областью излучения, охватывающей пространство с неоднородным магнитным полем. Вследствие последнего обстоятельства разные области вдоль луча зрения, имея различные напряженности магнитного поля, излучают на разных частотах. При этом естественно наблюдается источник с непрерывным спектром. Такого рода источники существуют, например, над солнечными пятнами.

При этом для диагностики космической плазмы нам удобнее использовать выражение для оптической толщи излучающего слоя на данной частоте. Чтобы пайти его проинтегрируем коэффициент поглощения вдоль луча зрения, считая поле слабо неоднородным $grad B = const$. Получим :

$$\tau_{js} = \sqrt{2\pi} \frac{s^2 s}{2^s s!} \frac{\omega}{c} \beta_T^{2s-2} B_{js} L_H |\cos \alpha| \quad (23)$$

Наблюдения спектров и поляризации такого типа источников дали эффективный метод измерения магнитных полей в короне над пятнами, недоступных для анализа традиционным оптическим методам, базирующимся на эффекте Зеемана. Радиоастрономические измерения основаны на определении наиболее короткой волны, на которой проявляется магнитотормозное излучение. Простые модельные оценки показывают, что оно может эффективно возникать на 3-ей (для необыкновенной) и 2-й (для обыкновенной волны) гармониках гирочастоты. Сильная круговая поляризация этого излучения обусловлена большими градиентами температуры в солнечной атмосфере при переходе от хромосферы к короне.

Соответствующие формулы, по которым вычисляется магнитное поле имеют вид :

$$B_3 = \frac{3570}{\lambda'} \quad (24)$$

$$B_2 = \frac{5400}{\lambda''} \text{label f6.21} \quad (25)$$

Рисунок 6.2 иллюстрирует применение этого метода.

Рисунок 6.2. Схематическое изображение слоев, излучающих на гармониках гирочастоты в атмосфере Солнца над солнечным пятном. Линии со стрелками показывают силовые линии магнитного поля. Жирные кривые с номерами циклотронных гармоник s — это области гирорезонанса на соответствующих частотах, являющиеся в то же время поверхностями постоянной напряженности магнитного поля ($B = \text{conste}$). горизонтальная пунктирная линия показывает положение переходной области между короной и хромосферой.

4. Диагностика нетеплового циклотронного излучения

Наряду с излучением тепловой плазмы в магнитном поле большое значение для астрофизики имеют также случаи излучения ускоренных электронов с распределением по скоростям, отличающимся от максвелловского. Если скорости электронов при этом остаются много меньше c , то по-прежнему для расчета интенсивности и поляризации излучения можно пользоваться приведенными выше формулами (6.14) и (6.15). Если известно (или принято) какое-либо распределение излучающих частиц по скоростям, то интегрируя эти выражения (по крайней мере численно) можно найти и излучательную способность единицы объема.

Спектр излучения состоит при этом из ряда линий, соответствующих гармоникам гирочастоты. Для нетепловых частиц естественно число линий (номера гармоник) уже может существенно быть выше трех. Однако интенсивность их по-прежнему спадает с номером, а ширина растет с ростом средней энергии частицы, приводя к возможному перекрытию их

частот.

В действительности спектр излучения ансамбля частиц также зависит и от структуры магнитного поля. Наличие градиентов поля, как и в случае теплового циклотронного излучения должно приводить к непрерывному спектру. Наблюдения отдельных линий гармоник может проявиться лишь в исключительных обстоятельствах — структурах с достаточно выраженным однородным полем, в котором удерживаются или в которое впрыскиваются быстрые частицы.

Случай, когда энергия частиц приближается к релятивистской мы обсудим в следующей лекции.

Тема: **СИНХРОТРОННЫЙ МЕХАНИЗМ**

Излучение релятивистских электронов (т.е. имеющих скорость $v \simeq c$) в магнитном поле — *синхротронное* излучение принадлежит к одному из наиболее популярных механизмов генерации радиоволн в космосе. Наиболее прост для рассмотрения случай ультрарелятивистских частиц с кинетической энергией $\epsilon > mc^2$, и мы начнем с анализа этого более простого случая. Однако следует иметь в виду, что во многих важных для применений ситуациях встречается большое разнообразие распределения излучающих электронов по энергиям. В таких случаях, как мы уже говорили, приходится пользоваться громоздкими формулами и использовать вычислительные методы. Существуют также приближенные эмпирические формулы, упрощающие такие расчеты.

7.1. Излучение отдельного релятивистского электрона

Рисунок 7.1. Излучение релятивистского электрона в магнитном поле

Частота вращения релятивистского электрона в магнитном поле определяется (в отличие от нерелятивистского случая) двумя параметрами: напряженностью магнитного поля $\vec{B}$ и энергией (релятивистской массой $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$) электрона.

$$\omega_B = \frac{eB}{mc} = \frac{eB}{m_0c} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{eB}{m_0c} \cdot \frac{m_0c^2}{E} \quad (7.1)$$

Сейчас мы рассматриваем электроны со скоростью $v \approx c$ и энергией $\epsilon \gg m_0 c^2$. Интенсивность излучения электрона

$$I = \frac{c}{4\pi} E^2 \cdot R^2, \quad (7.2)$$

где R — расстояние от электрона до наблюдателя. Электрическое поле $\vec{E}$ волны можно найти, если известно выражение для векторного потенциала:

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \dot{\vec{A}}, \quad (7.3)$$

которое мы берем в форме потенциала Лиенара-Вихерта:

$$\vec{A} = -\frac{e}{cR} \frac{\vec{v}}{1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{c}} \quad (7.4)$$

Из этого уравнения легко заключить, что поле излучаемой волны значительно увеличивается, когда электрон движется по направлению к наблюдателя (это направление задается единичным вектором $\vec{n}$). Для электрона, движущегося со скоростью, близкой к скорости света, угол в котором он излучает весьма узкий. Вследствие этого излучаемый импульс оказывается очень коротким. Начнем с оценки раствора угла излучения $\theta \ll 1$. Оценку этой величины сделаем из соотношения, которое определяет угол, при котором амплитуда векторного потенциала уменьшается в два раза:

$$2\left(1 - \frac{v}{c}\right) = \left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta_0\right) \quad (7.5)$$

Учитывая, что $\cos \theta_0 \approx 1 - \frac{\theta_0^2}{2}$, получаем:

$$1 - \frac{v}{c} \approx \frac{v}{c} \frac{\theta_0^2}{2}$$

Таким образом, учитывая, что $1 + \frac{v}{c} \approx 2$, имеем:

$$\theta_0^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow \theta_0 \approx \frac{m_0 c^2}{\epsilon} \quad (7.6)$$

Теперь найдем величину промежутка времени, в течении которого длится излучение (ширину импульса из точки наблюдения). Для этого разделим угол θ на угловую скорость ω и учтем эффект Доплера:

$$\Delta t \approx \frac{\theta_o}{\omega_B} \left(1 - \frac{v}{c}\right) = \frac{m_o c^2}{\epsilon} \frac{m_o c}{eB} \frac{\epsilon}{m_o c^2} \frac{1}{2} \left(\frac{m_o c}{\epsilon^2}\right)^2 = \frac{1}{2} \frac{m_o c}{eB} \frac{(m_o c^2)^2}{\epsilon^2} \quad (7.7)$$

Теперь мы можем оценить центральную частоту излучения и ширину полосы излучаемых частот

$$\omega_{max} \approx \frac{1}{\Delta t} = \frac{2e}{m_o^3 c^5} B \epsilon^2 \quad (7.8)$$

Рисунок 7.2. *Зависимость синхротронного излучения от времени*

и

$$\Delta\omega \approx \omega_{max} \quad \Delta f \approx f_{max} \quad (7.9)$$

7.2. Движение по винтовой линии

Мы рассмотрели процесс синхротронного излучения, имеющий место, когда частица движется в плоскости, перпендикулярной направлению магнитного поля (питч-угол $\chi = \frac{\pi}{2}$). В действительности, практически все излучающие частицы имеют компоненту скорости $v_{\parallel} = v \cos \chi$, направленную вдоль магнитного поля. Для каждой отдельной частицы мы можем выбрать систему отсчета, в которой $v_{\parallel} = 0$. Тогда будут справедливы все рассуждения предыдущего раздела. Затем мы можем с помощью преобразований теории относительности вернуться к рассмотрению поля испускаемой волны в исходной системе координат. Разумеется, такое преобразование нельзя осуществить по отношению ко всем частицам ансамбля одновременно.

Рисунок 7.3. Оценка изменения периода вращения электрона с точки зрения наблюдателя

Мы постараемся понять суть отличий, не обращаясь к указанным формальным преобразованиям. Начнем с оценки видимой наблюдателю частоты обращения электрона, а стало быть, и частоты/периода следования излучаемых импульсов. Суть дела легко понять из рассмотрения Рисунка 7.3. Период T сокращается, прежде всего, за счет того, что электрон имеет продольную компоненту скорости вдоль магнитного поля по направлению к наблюдателю. Заметим, что, если эта компонента направлена от наблюдателя, то такой электрон не дает для него сильного синхротронного излучения, так как испускаемый импульс при любом положении электрона на орбите направлен в другую сторону. Сокращение видимого периода синхротронного излучения определяется однако не всей продольной скоростью частицы, а лишь её составляющей вдоль луча зрения $v \cos \chi \cos \alpha$. Таким образом, видимый период есть

$$T' = T(1 - \frac{v}{c} \cos \chi \cos \alpha) \approx T(1 - \frac{v}{c} \cos \chi \cos \chi) \approx T \sin^2 \chi. \quad (7.10)$$

Здесь мы учли, что электрон (или другая излучающая частица) движется со скоростью близкой к скорости света и что излучение происходит в узком угле (откуда $\chi \approx \alpha$). Соответственное изменение (рост) наблюдаемой частоты вращения частицы и излучаемых ею импульсов

$$\omega'' \approx \frac{\omega'}{\sin^2 \chi}, \quad (7.11)$$

где ω' определяется формулой (7.1), учитывающей релятивистскую массу электрона.

Мы также должны учесть влияние изменения направления скорости на длину наблюдаемого импульса и соответственно ширины спектра излучения. Как легко усмотреть из Рисунка 7.4, время нахождения наблюдателя в конусе свечения (раствора $\theta_0 = \frac{m_0 c^2}{E}$), возрастает обратно пропорционально $\sin \chi$. Это позволяет учесть эффект в формулах (7.7), (7.8) заменой B на $B_\perp$:

$$f_{max} \approx \Delta f \approx \frac{1}{\Delta t} \propto B_\perp E^2 \quad (7.12)$$

7.3. Поляризация синхротронного излучения

Направление магнитного поля определяет направление поляризации (направление колебаний электрического вектора в волне). Для электронов очень высоких энергий мы регистрируем их излучение только в течение короткого промежутка времени, когда электрон движется по направлению к наблюдателю. Вектор ускорения перпендикулярен к скорости и в течение короткого промежутка излучаемого импульса “не успевает” изменить своего направления. Таким образом, мы ожидаем линейную поляризацию, направление электрического вектора которой перпендикулярно плоскости, в которой лежат магнитное поле и направление на наблюдателя. Однако на более низких частотах ($f \ll f_{max}$) за период волны направление вektора скорости и, соответственно, ускорения за один период волны успевает измениться и в результате волна оказывается поляризованной эллиптически (конечно только, если наблюдатель расположен вне плоскости, перпендикулярной к магнитному полю).

7.4. Потери энергии частицы на излучение

Из электродинамики известна формула, позволяющая сосчитать полную энергию P , излучаемую частицей по всем направлениям и на всех частотах в единицу времени, если известны её скорость и ускорение.

$$P = \frac{2e^2}{3c^3} \frac{(\frac{d\vec{v}}{dt})^2 - (\frac{\vec{v}}{c} \times \frac{d\vec{v}}{dt})^2}{(1 - \frac{v^2}{c^2})^3} \quad (7.13)$$

Для случая магнитнотормозного излучения $\vec{v} - \frac{d\vec{v}}{dt}$. С учетом этого легко преобразовать (7.13) к виду :

$$P = \frac{2e^2}{3c^3} \frac{(\frac{d\vec{v}}{dt})^2}{(1 - \frac{v^2}{c^2})^2} \quad (7.14)$$

Из уравнения движения релятивистского электрона (7.1) с учетом $v \approx c$ для ускорения электрона в магнитном поле имеем :

$$|\frac{d\vec{v}}{dt}| = \frac{eB_{\perp}}{m_0} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (7.15)$$

Подставляя это выражение в (7.14) и учитывая, что $1 - \frac{v^2}{c^2} = (m_0^2 c^2 \epsilon)^2$, получаем

$$P = \frac{2e^4 B_{\perp}^2 \epsilon^2}{3m_0^4 c^7}, \quad (7.16)$$

то есть полная мощность излучения пропорциональна квадрату энергии частицы и квадрату поперечной компоненты напряженности магнитного поля. Отсюда формула для оценки времени жизни частицы $T = \epsilon/P$, определяемой потерями на излучение, есть

$$T(sec) = \frac{5 \cdot 10^7}{B_{\perp}^2 \epsilon}, \quad (7.17)$$

где энергия частицы берется в эв.

Полученное выражение (7.16) в совокупности с выражением (7.12) для ширины спектра излучения позволяет оценить мощность излучения отдельной частицы в единичном интервале частот :

$$P_f = const \cdot B_{\perp}, \quad (7.18)$$

то есть она пропорциональна напряженности магнитного поля и не зависит от энергии частицы.

7.5. Эффект Разина

Теперь мы рассмотрим, как плазма, окружающая быстрые электроны, воздействует на их синхротронное излучение. Обратимся снова к формуле для векторного потенциала Лиенара-Вихерта :

$$\vec{A} = \frac{e}{cR} \frac{\vec{v}}{1 - \frac{v_{\parallel}}{c_{ph}}}. \quad (7.19)$$

В этой формуле мы учли, что скорость света c в знаменателе выражения (7.4) есть в действительности фазовая скорость генерируемой волны. Именно движение релятивистского электрона со скоростью, близкой к скорости волны c и в том же направлении, определяет физическую причину сильного синхротронного электромагнитного излучения (подобного механизму Черенкова). В космическом пространстве обычно наряду с быстрыми (ускоренными) частицами присутствует более холодная “фоновая” плазма, которая и определяет скорость распространения волны (см. Лекцию 3) :

$$c_{ph} = \frac{c}{n} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\omega_o^2}{\omega^2}}} = \frac{c}{\sqrt{1 - X}} \approx \frac{c}{(1 - \frac{X}{2})}. \quad (7.20)$$

Как следует из этого соотношения, фазовая скорость волны в плазме $v_{ph} > c$, что делает, строго говоря, синхротронное излучение в присутствии фоновой плазмы невозможным: электрон не может двигаться быстрее скорости света. Однако ясно, что при достаточно низкой плотности плазмы отличие v_{ph} от c незначительно и тогда эффектом воздействия плазмы на процесс излучения можно пренебречь. Теперь мы займемся оценкой этой граничной — критической плотности, или, что то же — критической частоты, при которой начинает проявляться указанный эффект. При этом мы (для простоты) ограничимся случаем низкой электронной концентрации и малой напряженности магнитного поля. Последнее обстоятельство, в частности, позволит нам использовать выражение для коэффициента преломления волн в изотропной плазме, пренебрегая влиянием на него магнитного поля, которое определяет сам эффект магнитнотормозного излучения (частным случаем которого и является синхротронное излучение).

$$\omega \gg \omega_o, \omega_B \quad (7.21)$$

Тогда

$$X = \frac{\omega_o^2}{\omega^2} \ll 1 \quad (7.22)$$

Условие того, что отличие коэффициента преломления n от единицы существенно подавляет мощность излучения можно записать так (знаменатель удваивается):

$$2\left(1 - \frac{v}{c}\right) \approx 1 - \frac{v}{c}\left(1 - \frac{X}{2}\right) = 1 - \frac{v}{c} + \frac{vX}{c} \Rightarrow 1 - \frac{v}{c} = \frac{v}{c} \cdot \frac{X}{2} \Rightarrow X \approx \left(\frac{m_o c^2}{\epsilon}\right)^2 \quad (7.23)$$

Последнее выражение позволяет нам найти выражение для критической частоты:

$$\omega_c = \frac{\omega_o \epsilon}{m_o c^2} \quad (7.24)$$

Часто бывает удобно использовать это выражение в форме, в которой исключается из рассмотрения энергия электрона ϵ (с помощью соотношения (7.8), определяющего характерную частоту синхротронного излучения $\omega_{max} \approx \omega_c$):

$$\omega_c \approx \frac{\omega_c^2}{\omega_{max}} \approx \frac{\omega_o^2 m_o c}{eB} \propto \frac{N}{B} \quad (7.25)$$

В такой форме выражение для критической частоты позволяет оценить напряженность магнитного поля, при условии, что у нас есть независимая оценка концентрации электронов в фоновой плазме.

7.5. Излучательная способность ансамбля релятивистских электронов

В предыдущих разделах мы рассмотрели характер синхротронного излучения, испускаемого отдельным релятивистским электроном. В реальных ситуациях, разумеется, мы всегда имеем дело с излучением ансамбля частиц, характеризуемого тем или иным распределением их по энергиям и, возможно, направлениям скоростей. Разумеется, в модельных задачах мы должны рассматривать структуру источника излучения, то есть зависимость указанных распределений от координат в пространстве (и времени).

Наиболее часто используется в астрофизике случай распределения со степенным спектром :

$$N(E) = const \cdot \epsilon^{\perp\gamma} \quad (7.26)$$

Как мы уже обнаружили, ширина частотного спектра, излучаемого электроном энергии ϵ , есть $\Delta\omega \approx \omega_{max} = K \cdot \epsilon^2 B$. Таким образом, мы ожидаем, что интервал в энергиях ΔE связан с частотным интервалом в излучении как $\omega^{\frac{1}{2}}$. С другой стороны, излучение зависит от числа электронов, которое $\propto \epsilon^{\perp\gamma}$ и, стало быть $\propto \omega^{\perp\frac{\gamma}{2}}$. Значит, излучательная способность электронов со степенной функцией распределения по энергиям с показателем γ принимает вид :

$$\epsilon \propto \omega^{\perp\frac{\gamma-1}{2}}. \quad (7.21)$$

Эта формула часто используется для оценки энергетического спектра электронов на основе анализа их синхротронного излучения в радиодиапазоне.

МЕХАНИЗМЫ КОСМИЧЕСКОГО РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

Лекция 8

Тема: Излучательная способность ансамбля релятивистских электронов

В предыдущих разделах мы рассмотрели характер синхротронного излучения, испускаемого отдельным релятивистским электроном. В реальных ситуациях, разумеется, мы всегда имеем дело с излучением ансамбля частиц, характеризуемого тем или иным распределением по энергиям и, возможно, направлениям скоростей. В модельных задачах, естественно, мы должны рассматривать структуру источника излучения, то есть зависимость указанных распределений от координат в пространстве и времени.

Начнем с наиболее часто используемого в астрофизике случая распределения со степенным спектром энергий:

$$N(E) = \text{const} \cdot E^{-\gamma} \quad (1)$$

Как мы уже обнаружили, ширина частотного спектра, излучаемого электроном энергии E есть $\Delta\omega \approx \omega_{\max} = K \cdot E^2 B$. Таким образом, мы ожидаем, что интервал излучающих электронов в энергиях ΔE связан с частотным интервалом в излучении $\omega^{\frac{1}{2}}$. С другой стороны, излучение зависит от числа электронов как $\propto E^{-\gamma}$ и должно быть $\propto \omega^{\frac{\gamma}{2}}$. Значит излучательная способность электронов со степенной функцией распределения по энергиям принимает вид:

$$N(E) = \text{const} \cdot E^{-\alpha} \Rightarrow \frac{dW}{dt} \propto \omega^{-\frac{\gamma-1}{2}} = \text{const} \cdot \lambda^{\frac{\alpha-1}{2}} \quad (2)$$

и соответственно

$$\epsilon \propto \omega^{-\frac{\gamma-1}{2}}. \quad (3)$$

Эта формула часто используется для определения энергетического спектра электронов по спектру их излучения в радиодиапазоне.

Циклотронный мазер

Ряд особенностей излучения, проявившимся в последнее время в радиоизлучении звездных и солнечных вспышек, потребовали привлечения для их интерпретации некогерентных механизмов излучения. Важным вариантом такого механизма является *циклотронный мазер*.

Отметим для начала, что магнитнотормозное (в частности, циклотронное) излучение может рассматриваться как обусловленное переходами между квантованными энергетическими уровнями, отстоящими друг от друга на величину $\Delta E = \hbar\omega$. Такая система уровней носит имя Ландау. Излучение на s -й гармонике обусловлено переходами между разделенными уровнями $n \rightarrow (n - s)$. При этом излучение определяется частотой согласно $\Delta E = s\hbar\omega$

Рисунок 7.3 Энергетические уровни Ландау и возможные квантовые переходы между ними.

Энергия, излучаемая при некотором конкретном разделении уровней (частоты $s\omega$) определяется вероятностным коэффициентами Эйнштейна и числом электронов в соответствующем состоянии :

$$\epsilon \propto (N_k A_{ki} - N_i B_i k \rho_{ki} + N_k B_{ki} \rho_{ki}) \hbar \omega \quad (1)$$

Первый член в правой части этого выражения представляет спонтанные переходы, второй — переходы с поглощением излучения и третий

— вынужденное излучение. Именно этот последний член и определяет возможность возникновения вынужденного излучения а гирочастоте или её гармониках. Для реализации мазерного эффекта верхний уровень должен быть перенаселён относительно равновесного состояния. В случае радио линии эти уровни по энергии различаются незначительно, и по существу нужно, чтобы $N_k > N_i$. Такого рода ситуации сравнительно легко реализуются благодаря наличию конуса потерь в расходящихся магнитных поле. Подобные магнитные структуры реализуются в магнитных ловушках большинства АО-й Солнца за счет того, что электроны, двигающиеся вдоль поля или пол малыми углами к нему достигают холодных областей хромосферы солнечной атмосферы и там быстро теряют свою энергию из-за столкновений. В тоже время электроны двигающиеся под большими к полю углами отражаются еще в области горячей солнечной короны и их потери энергии на столкновения много меньше. Граничное значение питч угла θ_0 , которое может быть оценено из соотношения :

$$\sin \theta_0 = \sqrt{\frac{B}{B_0}} \quad (2)$$

Здесь B_0 напряженность поля на границе корона-хромосфера, а соотношение является следствием применения формулы для адиабатического инварианта электрона, движущегося в неоднородном магнитном поле :

$$\frac{V_{\perp}^2}{B} = const \quad (3)$$

Модельные расчеты показывают, что Быстрые электроны, захваченные в ловушку дают сильное излучение на 3-й (иногда 2-й) гармониках гирочастоты с сильной поляризацией. Наибольшая яркость достигается местами на границе конуса потерь. Такой тип излучения регистрируется во вспышках как Солнца та и ряда звёзд. Отдельной проблемой естественно, является механизм ускорения электронов.

Диагностика механизма циклотронного мазера базируется на всех основных критериях, относящихся к когерентным механизмам, а именно :

- высокие яркостные температуры ($T_b \geq 10^{10} K$) ;
- узкие полосы в спектре ($\Delta f \ll f$) ;

- быстрые колебания интенсивности излучения ($\tau \ll 1 \text{ sec}$) - сильная направленность излучения.

- малый угловой размер (направленность излучения)

Кроме того, для механизма генерируемого резонансом с gyro частотами, характерна

- сильная поляризация ($P \simeq 100\%$)

Основным диагностируемым параметром плазмы естественно является напряженность магнитного поля. В случае излучения на третьей гармонике

$$B = \frac{3570}{\lambda(\text{cm})} \quad (4)$$

Оценки количества и энергии ускоренных частиц и структуры магнитного поля, конечно, также являются важными диагностируемыми параметрами. Однако, этот анализ существенно базируется на модельные представления области излучения.

МЕХАНИЗМЫ КОСМИЧЕСКОГО РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

Лекция 10

Тема: Плазменный механизм генерации радиоизлучения

Плазменный механизм генерации радиоволн был среди первых нетепловых механизмов генерации радиоволн, использованных для объяснения некоторых типов всплесков радиоизлучения Солнца в метровом диапазоне волн. Важной особенностью этого механизма явилось предположение о когерентном механизме генерации плазменных колебаний, которые затем трансформируются в радиоволны. Эта особенность позволила объяснить чрезвычайно высокие значения яркостных температур T_b источников солнечного радиоизлучения, по-видимому намного превосходящие всякие мыслимые возможные значения энергии частиц E , ответственных за генерацию радиоизлучения ($kT_b \gg E$).

Другой важной особенностью обсуждаемого механизма явилась возможность естественным образом объяснить дрейф радиоизлучения по частоте как следствие движения агента, возбуждающего плазменные колебания через корону, поскольку частота генерируемых колебаний зависит от электронной плотности.

К настоящему времени плазменный механизм исследован детально в теории и достаточно широк используется при интерпретации широкого круга проявлений радиоизлучения плазмы.

10.1. Основные идеи

Как известно одним из наиболее фундаментальных свойств плазмы являются плазменные или ленинградские колебания, которые возникают при избытке зарядов (обычно электронов) в каком-либо её объеме. При этом частота колебаний

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{4\pi N_e e^2}{m}}, \quad (1)$$

где N_e — концентрация электронов, e — заряд и m — масса электрона. Примечательно, что плазменная частота зависит только от concentra-

ции, но не зависит от других параметров плазмы, скажем, от температуры. Вычисленные по этой формуле значения частоты для плотностей, обычных в солнечной короне ($10^7 - 10^8 \text{ см}^{-3}$), соответствуют частотам радиоволн метрового диапазона, в котором наблюдаются особенно мощные события во время солнечных вспышек.

Среди всплесков радиоизлучения Солнца (см Рис.10.1) наблюдаются события с характерным частотным дрейфом: медленным — тип II и быстрым — тип III. Дрейфу по частоте мы можем сопоставить некоторую конкретную скорость движения агента в солнечной короне, который при принятых значениях распределения электронной плотности вдоль радиуса давал бы наблюдаемое в спектре изменение частоты, предполагая, что частота излучаемой радиоволны близка соответствующей плазменной. Соответствующие скорости оказываются порядка тысячи и ста тысяч км. Как показали многочисленные исследования, в первом случае мы обычно имеем дело с ударной волной, а во втором — с потоком быстрых электронов (возможно, существуют и другие возбудители плазменных колебаний).

Рисунок 10.1 Динамический спектр радиоизлучения солнечной вспышки

Однако описанная картина не является достаточной для объяснения действия плазменного механизма генерации космического радиоизлучения. В самом деле, плазменные колебания и связанные с ними плазменные волны не в состоянии покинуть область плазмы с электронной плотностью, сильно отличающейся от определяемой частотами (10.1). Кроме того, во многих всплесках наблюдается одновременно излучения и на второй (а изредка и на третьей) гармонике основной частоты излучения. Стало быть с достаточной полнотой и убедительностью должна быть рассмотрена проблема трансформации плазменных волн в электромагнитные, с объяснением возможного возникновения излучения на

гармониках.

Далее необходим анализ процесса возбуждения самих плазменных волн различными агентами и выяснения предъявляемых к ним требований для эффективного действия механизма. На этих вопросах мы теперь и остановимся более подробно.

1.2. Дисперсионное соотношение для плазменных волн

Как мы уже упомянули выше, плазменные колебания могут распространяться в виде плазменных волн. Этот процесс оказывается возможным при наличии тепловых движений электронов, участвующих в колебаниях. Последние могут быть феноменологически учтены через член, представляющий электронное давление. Воспользовавшись этим приближением, выведем дисперсионное соотношение для плазменных волн.

Рассмотрим движение электрона в плоской монохроматической (плазменной) волне под действием двух сил: электрического поля волны $\mathbf{E}$ и градиента электронного давления в расчете на одну частицу $-\frac{1}{N}\nabla p_e$. Соответствующее уравнение имеет вид

$$m\dot{\mathbf{v}} = -e\mathbf{E} - \frac{1}{N}\nabla p_e, \quad (2)$$

где

$$p_e = NkT. \quad (3)$$

Здесь k — постоянная Больцмана, T — температура, N — концентрация электронов. Мы рассматриваем электростатическую волну, то есть такую, в которой электрическое поле (как и в случае плазменных колебаний) обусловлено, в основном, локальной концентрацией зарядов. Соответственно

$$\nabla \mathbf{E} = 4\pi q, \quad (4)$$

где плотность зарядов

$$q = -e \cdot \delta N, \quad (5)$$

определяется избытком/недостатком электронов δN в волне относительно равновесного состояния электрически нейтральной плазмы. При этом мы считаем, что ролью движений (тяжелых) ионов можно пренебречь.

Перемещение ионов в волне создает ток, который связан с изменением плотности электронов уравнением неразрывности :

$$\nabla \mathbf{j} + \frac{\partial q}{\partial t} = 0, \quad (6)$$

где плотность тока

$$\mathbf{j} = -eN\mathbf{v}. \quad (7)$$

Заметим, что здесь входит полная концентрация электронов, а не их приращение, так как все они вовлекаются в движение полем волны. Далее, для волн малой амплитуды производная тока по времени может быть ограничена учетом только изменения скорости, но не плотности электронов, поскольку соответствующий член в уравнении имеет второй порядок малости (произведение малой скорости на малое изменение плотности). Стало быть из уравнения (10.2) с учетом (10.7) следует :

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = \frac{Ne^2}{m} \mathbf{E} + \frac{e}{m} \nabla p_e, \quad (8)$$

Отсюда, в частности, следует, что в плоской монохроматической волне вектора $\mathbf{j}$, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{k}$ — параллельны, то есть плазменная волна является продольной. Для случая адиабатического процесса $p = K \cdot N^\gamma$. Тогда (10.8) можно переписать в виде :

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = \frac{Ne^2}{m} \mathbf{E} + \gamma \frac{p}{mN} \nabla q, \quad (9)$$

где γ — показатель адиабаты.

Для получения дисперсионного уравнения от обеих частей равенства (10.8) возьмем дивергенцию и используем уравнение неразрывности (10.6). В результате получаем волновое уравнение для плотности заряда :

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} = \frac{\omega_0^2}{\omega^2} q - v_T^2 \cdot \nabla^2 q, \quad (10)$$

где мы учли, что $v_T^2 = \frac{p}{mN}$.

Заменяя производные соответствующими множителями для случая плоской монохроматической волны ($\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -i\omega$, $\nabla \rightarrow i\mathbf{k}$), получаем после простых преобразований дисперсионное уравнение для продольной плазменной волны :

$$\omega^2 = \omega_0^2 + \gamma V_T^2 k^2, \quad (11)$$

где k — волновое число. Полученное выражение позволяет сделать ряд важных выводов о природе плазменных волн, облегчающих реализацию плазменного механизма генерации радиоизлучения.

Найдем выражение для фазовой скорости волны. Для этого разделим обе части (10.11) и введем $X = \frac{\omega_0^2}{\omega^2}$. Вспоминая, что фазовая скорость $v_p h \equiv \frac{\omega}{k}$, получаем :

$$v_p h = \frac{\sqrt{\gamma} V_T}{\sqrt{1 - X}} \quad (12)$$

Из этого выражения следует, в частности, что фазовые скорости для ленгмюровских волн заключены в широких пределах — от нескольких тепловых скоростей света до бесконечности

$$v_T \ll v_p h < \infty. \quad (13)$$

В то же время групповая скорость v_g продольных плазменных волн всегда меньше средней тепловой скорости электронов (как следует из уравнения (10.12))

$$v_g \cdot v_p h = \gamma v_T^2. \quad (14)$$

Этим они существенно отличаются от поперечных электромагнитных волн, фазовые скорости которых лежат выше скорости света (а групповые меньше c).

1.3. Генерация плазменных волн

Условие (10.13) для фазовой скорости определяет возможность генерации плазменных волн механизмом Черенкова, для которого требуется, чтобы частица могла двигаться со скоростью, практически совпадающей со скоростью волны, находясь длительное время (много периодов)

в области определенной фазы волны. Условием генерации волн является, как известно из теории черенковского механизма, рост числа частиц с увеличением их скорости:

$$\frac{\partial f(v)}{\partial v} > 0, \quad (15)$$

где $f(v)$ — функция распределения частиц по скоростям. Обычно появление положительной производной определяется потоком частиц через “фоновую” плазму. Распределение частиц по скоростям в этом случае имеет характер, представленный на Рис.10.3.

Рисунок 10.3 Функция распределения частиц по скоростям, ответственная за генерацию плазменных волн (поток частиц через плазму).

Положительная производная кривой оказывается на низкоскоростном участке импульса скоростей потока, который возникает благодаря общей скорости потока. Как было показано выше, любой поток со сверхзвуковой скоростью может в принципе быть ответственным за генерацию плазменных волн.

Наиболее изучен вариант плазменного механизма для всплесков радиоизлучения Солнца третьего типа, где генерация плазменных волн

Рисунок 10.2 Дисперсионная кривая для плазменных волн

обусловлена потоком ускоренных электронов, сгенерированных где-то в основании короны и двигающихся со скоростью около $100 \cdot 10^3$ км/сек. Всплески типа II связаны с распространением ударных волн через корону со скоростями порядка 500-1000 км/сек. Эти скорости вообще говоря довольно близки тепловым скоростям частиц в короне, так что теории генерации таких всплесков обычно включают дополнительный процесс ускорения частиц, обычно электронов на фронте ударной волны. Последние и являются непосредственно ответственными за генерацию электростатических волн.

1.4. Трансформация плазменных волн в поперечные

Дисперсионное соотношение для плазменных волн (10.11) показывает, в частности, что они возможны только при наличии фоновой плазмы. Впрочем это ясно из самого их физического смысла — как колебаний электронов, которые по закону Кулона порождают соответствующее колеблющееся электрическое поле. Таким образом, плазменный механизм определяется существенно тем, как плазменные колебания порождают поперечные электромагнитные волны, которые могут распространяться и в среде без фоновой плазмы значительной электронной плотности.

Известны два типа преобразования генерации поперечных волн плазменными: квазилинейный механизм, при котором колеблющиеся с частотой $\omega \approx \omega_0$ генерируют электромагнитные волны приблизительно на той же частоте и комбинационное нелинейное рассеяние, при котором возможно слияние нескольких плазмонов, приводя к излучению на гармониках плазменной частоты.

На Рисунке 10.4 приведены дисперсионные кривые для плазменных волн и электромагнитных. Как видно из рисунка, вблизи $X = 1$, то есть области плазменного резонанса $\omega = \omega_0$ обе кривые пересекаются, что означает, что оба типа волн имеют одинаковые фазовые скорости (чуть большие скорости света) и стало быть одинаковую длину волны. Колебания электронов, раскаченные одной волной могут быть источником генерации волны другого типа. Таким образом, волны разных типов сильно взаимодействуют друг с другом. Этот тип взаимодействия (с сохранением частоты) называется квазилинейным.

Рисунок 10.3. Дисперсионная кривая для плазменных волн

Если раскачка электрона в плазме происходит по действием двух или большего числа волн (вообще говоря, разных частот (скажем, ω' и ω'') и направлений распространения), то в результирующем движении электрона присутствуют так называемые комбинационные частоты: $\omega' + \omega''$ и $\omega' - \omega''$. Соответственно волны на этих частотах могут генерироваться колеблющимися электронами. В случае плазменного механизма генерации радиоизлучения обе исходные частоты лишь немного выше плазменной ω_0 . Так что суммарная частота $\approx 2\omega_0$ и поперечная волна на этой частоте легко покидает плазму, определяя излучение второй гармоники. В тоже время ясно, что разностная частота лежит в области, где невозможно распространения электромагнитных волн и она таким образом проявится в излучении не может. При рассмотрении конкретных моделей области излучения необходимо также учитывать и направление распространения, равно как и поляризацию соответствующих волн.

Учет этих факторов облегчается, если волны рассматривать подобно частицам — “плазмонам” подобно тому как это делается в квантовой теории. При этом возможность взаимодействия или отсутствие таковой определяется законами сохранения энергии ($\rightarrow$ частоты ω) и импульса ($\rightarrow$ волнового вектора $\mathbf{k}$) плазмона. Так для описания результата слияния двух ленгмюровских (плазменных) плазмонов в один электромагнитный мы требуем выполнения условий

$$\omega' + \omega'' = \omega \approx 2\omega_0, \quad \mathbf{k}' + \mathbf{k}'' = \mathbf{k} \quad (16)$$

Второе условие, например, сравнительно легко реализовать для почти встречных поток плазменных волн (в магнитной трубке). В о всяком случае этот процесс, называемый комбинационным рассеянием, требует детального геометрии излучающей области.

МЕХАНИЗМЫ КОСМИЧЕСКОГО РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

Лекция 11

Тема: Линейчатый спектр радиоизлучения атомов и молекул

В целом линейчатый спектр менее богат в радиодиапазоне чем в оптическом. Это определяется тем, что для образования радио линии в атоме или молекуле должны существовать весьма близко расположенные энергетические уровни, переходы между которыми к тому же разрешены правилами отбора (для обеспечения достаточной интенсивности линии в объекте не слишком больших размеров). Кроме того вероятность спонтанного перехода $A_{ik} \propto \nu^3$ и соответственно мала в радиодиапазоне.

С другой стороны линейчатый спектр несет большой объёма информации, недоступной при анализе излучения в континууме, и даже сравнительно немногочисленные радио линии дали весьма весомый вклад в диагностику материи в космосе. Практически только анализ линейчатого спектра дает информацию о движении вещества (эффект Доплера) и о химическом составе исследуемого объекта. Анализ контуров линий и отношения их интенсивностей является важным независимым источником данных о температуре и плотности вещества. Во многих случаях эта информация является уникальной (особенно в областях низкой температуры и. Зеемановское расщепление растет $\propto \lambda^2$ и поэтому анализ магнитных полей, базирующийся на анализ распределения поляризации в контурах линий является эффективным методом измерения даже весьма слабых полей.

В ряде случаев, отметим, уникальность радио данных определяется прозрачностью материи для радиоволн там, где физические процессы в космосе скрыты “темной” материей от глаз исследователя, ведущего оптические наблюдения.

Как бы то ни было в настоящее время радиоастрономии доступны сотни радио линий, большинство из которых излучаются молекулами. Значительная часть этих линий принадлежит коротковолновому миллиметровому диапазону.

11.1. Энергетические уровни атома водорода

Начнем знакомство с радио спектроскопией с анализа возможных линий самого распространенного в природе элемента — водорода. Структура энергетических линий водорода представлена схематически на Рис.1. Существуют три типа комбинаций уровней водорода, которые могли бы быть ответственны за переходы, порождающие линейчатый спектр космического радиоизлучения. Остановимся на каждом из них в отдельности.

Переходы сверхтонкой структуры основного (то есть самого низко расположенного) уровня. Эти переходы соответствуют изменению взаимного расположения спинов ядра (протона) и электрона на орбите на противоположные, то есть параллельное и антипараллельное. При этом суммарный спиновый момент, описываемый квантовым числом F испытывает скачок :

$$F = 0 \Longleftrightarrow 1 \quad (1)$$

Рисунок 11.3 Структура энергетических уровней атома водорода

Энергия, излучаемая при некотором конкретном разделении уровней (частоты ω) определяется вероятностными коэффициентами Эйнштейна и числом электронов в соответствующем состоянии :

$$\epsilon \propto (N_k A_{ki} - N_i B_i k \rho_{ki} + N_k B_{ki} \rho_{ki}) \hbar \omega \quad (2)$$

Первый член в правой части этого выражения представляет спонтанные переходы, второй — переходы с поглощением излучения и третий — вынужденное излучение.

11.7. Эффект Зеемана

Как известно, в присутствии магнитного поля происходит расщепление линий на несколько компонент с характерной поляризацией, зависящей от направления поля. Величина расщепления (расстояние между соседними компонентами) пропорциональна напряженности поля, а их число и коэффициент пропорциональности — от квантовой структуры соответствующих энергетических уровней. Таким образом, анализ контуров и распределения поляризации в линиях дает наиболее мощный в астрофизике метод измерения космических магнитных полей.

В простейшем случае так называемого *нормального эффекта Зеемана* линия расщепляется на три компоненты: центральная, с линейной поляризацией, остается несмещенной по частоте относительно исходной частоты линии; две другие имеют круговую поляризацию противоположных направлений вращения и смещены относительно центральной частоты линии в разные стороны на величину

$$\Delta f = \frac{1}{2} f_H \approx 1.4H, \quad (3)$$

где величина расщепления рассчитывается в ; гирочастота $f_B = \frac{eB}{2\pi mc}$

Интенсивность центральной — π -компоненты зависит от силы поперечного поля, в то время как две другие — σ -компоненты определяются продольным полем. Физически расщепление линий в магнитном поле можно представить как результат взаимодействия магнитного момента, обусловленного вращением (спином) зарядов атома с полем, которое ориентирует их положение. Так для основного состояния атома водорода орбитальный момент равен нулю (S -состояние) и весь магнитный момент определяется спинами протона и электрона, которые могут быть направлены параллельно (квантовое число $F = 1$) или антипараллельно ($F = 0$). Согласно правилам квантования первый из этих уровней в магнитном поле может расщепиться на три, соответствующих возможным фиксированным положениям магнитного момента атома: поперек поля и два противоположных расположения — вдоль направления магнитного поля.

В соответствии со сказанным три компоненты в линии 21 водорода, возникающие под действием магнитного поля H имеют частоты :

$$\begin{cases} f &= 1420.41 \\ f &= 1420.41 \pm 1.4B \end{cases} \quad (4)$$