

ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗ КРИВОЙ БЛЕСКА КВАЗАРА 3C273

В.В.Витязев

НИАИ им. В.В. Соболева, СПбГУ, С.Петербург

РЕЗЮМЕ

С помощью Фурье-преобразования и вейвлет-преобразования произведен анализ кривой блеска квазара 3C273 в полосе V. Использованы данные наблюдений с 1887 по 1997 г. В отличие от Фурье-анализа вейвлеты показывают картину эволюции спектра мощности (скалограммы) во времени. Основные детали скалограммы, сконцентрированные в области периодов от 1 до 35 лет, свидетельствуют о существовании в кривой блеска синусоподобных компонентов. Более того, значения всех периодов, полученных по периодограмме Шустера, подтверждаются скалограммой. Специфика вейвлет-анализа позволяет объяснить кривую блеска квазара 3C273 с помощью механизма квазипериодических процессов, возникающих и исчезающих случайным образом. В кривой блеска квазара 3C273 отсутствует аддитивный шумовой компонент, т. е. процесс стохастических колебаний является основным механизмом, определяющим характер изменения блеска этого квазара.

1 ВВЕДЕНИЕ

Объект 3C273 был идентифицирован как квазар в 1963 г. Это самый близкий и самый яркий из известных квазаров. На рис. 1а показана его кривая блеска в полосе V на интервале времени от 1887 до 1997 г. с шагом 100 сут. Первая часть (1887.57 – 1967.24) этой кривой была составлена *Кункелем (1967)* по фотографическим и фотоэлектрическим наблюдениям. Вторая часть (1968.09 – 1997.27) – основана на базе данных (*Терлер и др., 1999*; [http:// obswww.unige.ch/3c273/](http://obswww.unige.ch/3c273/)), с помощью которых блеск в полосе V был вычислен по формуле

$$V = 16.5 - 2.5 \lg(F), \quad (1)$$

где F задан в миллионных. Следует отметить, что имеющиеся наблюдения квазара не заполняют ось времени равномерно. Для составления равномерного временного ряда применялось осреднение данных на промежутках длиной 100 сут. с последующим заполнением пустых промежутков методом линейной интерполяции.

После исключения линейного тренда

$$tr(t) = (12.737 \pm 0.004) + (1.852 \pm 0.004)10^{-3} (t - 1900) \quad (2)$$

мы вычислили периодограмму Шустера (рис. 1b), на которой имеется 7 пиков, превышающих 99-процентный порог обнаружения сигнала в шумах. Эти пики могут свидетельствовать о существовании в блеске квазара 3C273 гармонических компонентов с периодами 56.0, 33.0, 25.5, 17.0, 14.4, 12.5 и 11.2 года. Однако сильная изрезанность периодограммы свидетельствует, как правило, о нестабильности этих гармоник. Результаты сглаживания периодограммы методом Тьюки ($N^* = 200$; $a = 0.25$) показаны штриховой линией на рис. 1b. Таким образом, анализ Фурье позволяет сделать заключение о том, что кривая блеска квазара 3C273 по своей природе представляет собой узкополосный шум в полосе частот от 0 до 0.1 цикла в год.

2 ВЕЙВЛЕТЫ

Преобразование Фурье, являющееся основой получения оценок спектра мощности, обладает замечательной способностью фокусировать в точку "размазанную" по времени информацию о периодичности функции при переходе из временной области в частотную. Достигается это за счет того, что ядро преобразования Фурье не локализовано во времени, но имеет предельную локализацию в частотной области. Это обстоятельство и делает преобразование Фурье прекрасным инструментом для изучения процессов, характеристики которых не меняются со временем.

В противоположность этому вейвлет-анализ основан на использовании локализованных во времени ядер преобразования, размеры которых согласованы с масштабом изучаемых компонентов ряда. Основная идея вейвлет-преобразования отвечает специфике многих временных рядов, демонстрирующих эволюцию во времени своих основных характеристик — среднего значения, дисперсии, периодов, амплитуд и фаз гармонических компонентов. Подавляющее число процессов, изучаемых в астрономии, обладают такими свойствами: блеск квазаров, солнечная активность, неравномерность вращения Земли — вот далеко не полный перечень примеров.

Наш анализ чисел Вольфа основан на использовании интегрального вейвлет-преобразования, которое для функции $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$ задается следующим образом (Гроссман и Морле, 1984; Добечи, 1992):

$$W(a, b) = \frac{1}{|a|^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^* \left(\frac{t - b}{a} \right) dt, \quad (3)$$

где $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

Входящая в выражение (3) функция $\psi(t)$ называется *вейвлетом* (анализирующим, базисным или материнским вейвлетом). Заметим, что в формуле (3) символом $*$ обозначена процедура комплексного сопряжения. Параметр a определяет размер вейвлета и называется *масштабом* (*scale*). Параметр b задает

временную локализацию вейвлета и называется *сдвигом* (*shift*).

В нашей работе использовался вейвлет Морле

$$\psi(t) = e^{-t^2/2} e^{i2\pi t}, \quad (4)$$

т.е. плоская волна, модулированная гауссианой. Этот вейвлет дает результаты, наиболее согласованные с терминами Фурье-анализа. В частности, понятие масштаба полностью соответствует периоду гармонических компонентов. Заметим, что зависимость вейвлета от масштаба, следующая из определения вейвлет-преобразования, в случае вейвлета Морле (4) приводит к тому, что для каждого значения сдвига b в поле зрения преобразования находится участок ряда длиной $P\sqrt{2}$, где P – период гармонического компонента.

Для практического использования вейвлет преобразования примем, что временной ряд задан значениями функции, следующими друг за другом с постоянным шагом Δt :

$$f_k = f(t_k), \quad t_k = \Delta t \, k, \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (5)$$

Для оценки вейвлет-преобразования этой последовательности воспользуемся следующим выражением:

$$W_A(a, b) = \frac{1}{n(a, b)} \sum_{k=0}^{N-1} f_k \psi^* \left(\frac{t_k - b}{a} \right), \quad (6)$$

где

$$n(a, b) = \sum_{k=0}^{N-1} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t_k - b}{a} \right)^2}, \quad (7)$$

Следуя *Фостеру (1996)*, будем называть оценку (6) *амплитудной вейвлет-функцией*. Эта функция вычисляется для дискретных значений аргументов a_i и b_j , $i = 0, \dots, N_a - 1$; $j = 0, \dots, N_b - 1$ (конкретные способы дискретизации параметров a и b могут быть различными).

Используя (6), введем оценку локального спектра энергии

$$S(a_i, b_j) = |W_A(a_i, b_j)|^2. \quad (8)$$

Эту функцию обычно называют *скалограммой* (*scalogram*), подчеркивая тем самым ее способность описывать распределение

энергии по масштабам. Поскольку это распределение локализовано во времени с помощью параметра сдвига b , уместно называть (8) *локальной скалограммой*, однако такой термин не нашел широкого распространения.

Очевидно, что на основе скалограммы $S(a_i, b_j)$ можно ввести также и оценку глобального спектра энергии

$$G(a_i) = \frac{1}{N^*} \sum_j S(a_i, b_j), \quad (9)$$

где N^* – число точек, по которому осуществляется осреднение. По предложению *Скаргла (1997)* функцию (9) называют *скейлограммой (scalegram)*. Скейлограмма является прямым аналогом сглаженной периодограммы в Фурье-анализе.

Бывает так, что широкие контуры линий гармонических компонентов в скалограмме мешают проследить за эволюцией их частот во времени. Чтобы отсеять влияние контуров, можно выделить те точки скалограммы, в которых она имеет максимумы по переменным a и b :

$$S_c(a_i, b_j) = \begin{cases} S_{ij}, & \text{если } S_{i-1,j} < S_{ij} > S_{i+1,j} \\ & \text{или } S_{i,j-1} < S_{ij} > S_{i,j+1}, \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}. \quad (10)$$

В этой формуле использовано обозначение $S_{ij} \equiv S(a_i, b_j)$. Функцию (10) мы будем называть *скелетомом*.

В случае синусоидального сигнала точки скелетона располагаются вдоль линий, идущих параллельно оси времени. Если в данных имеются гармонические или квазигармонические компоненты, то топографическая карта скелетона будет состоять из линий, ориентированных вдоль оси b . В случае шумового компонента линии скелетона вытягиваются в перпендикулярном направлении, т. е. параллельно оси a . Если в данных присутствуют и гармонические компоненты, и шум, то карта скелетона позволяет увидеть их раздельно.

3 РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 2,а показаны линии скелетона в диапазоне периодов от 1 до 65 лет. Основные ее детали сконцентрированы в области периодов от 1 до 35 лет, которую мы показываем отдельно в виде скалограммы (рис. 2,б) и в виде карты ее скелетона (рис. 2,с).

Мы видим, что линии скелетона ориентированы преимущественно вдоль оси времени, что говорит в пользу существования в кривой блеска квазара 3C273 синусоподобных компонентов. Более того, *значения всех периодов, полученных по периодограмме Шустера, подтверждаются скалограммой* Это обстоятельство является очень важным, поскольку в нашем случае можно сказать, что изрезанность периодограммы объясняется не тем, что она не является состоятельной оценкой спектральной плотности (это верно только для белого шума), а тем, что периодограмма кривой блеска квазара 3C273 на самом деле регистрирует квазипериодические сигналы, которые возникают и исчезают случайным образом. Этот факт говорит о том, что периодограмма Шустера и скалограмма дополняют друг друга: первая обнаруживает в данных гармонические или квазигармонические компоненты с высоким частотным, но с нулевым временным разрешением, а вторая позволяет локализовать гармоники во времени (с плохим разрешением по масштабу).

В астрофизической литературе долго обсуждался вопрос о физической модели кривой блеска квазара 3C273. Одни авторы объясняли кривую блеска суперпозицией гармонических колебаний, другие – стохастическими эффектами типа авторегрессионных моделей. Эти альтернативы (периодические колебания или стохастические вспышки) были основаны на специфике применявшихся методов – преобразовании Фурье и авторегрессионного анализа. Мы видим, что специфика вейвлет-анализа в известной степени объединяет эти два подхода, позволяя объяснить кривую блеска квазара 3C273 с помощью механизма стохастических периодичностей, т.е. квазипериоди-

ческих процессов, возникающих и исчезающих случайным образом. Интересно также отметить, что отсутствие на рис. 2с линий, ориентированных вдоль оси периодов, говорит о том, что в кривой блеска квазара 3C273 отсутствует аддитивный шумовой компонент, т.е. процесс стохастических колебаний является основным механизмом, объясняющим характер изменения блеска этого квазара.

4 Литература

Гроссман и Морле, 1984. – Grossman A., Morlet J. Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape // SIAM J. Math. P.723-736.

Добечи, 1992. – Daubechies I. Ten lectures on wavelets. Society for industrial and applied mathematics. Philadelphia, Pennsylvania, 1992.

Кункель, 1967. – Kunkel W.E. A harmonic analysis of the Light Variations of 3C273. // Astron. J. Vol. 72. N10. P. 1341-1348.

Скаргл, 1997. – Scargle J.D. Wavelet and Other Multi-resolution Methods for Time Series Analysis. Statistical Challenges in Modern Astronomy II /Ed. G.J.Babu and E.D.Feigelson. P. 333-347. N.Y.: Springer-Verlag.

Терлер, 1999. – Turler et al. 30 years of multi-wavelength observations of 3C273 // A&AS. Vol. 134. P. 89-101.

Фостер, 1996. – Foster G. Wavelets for period analysis of unevenly sampled time series // Astron. J. Vol. 112. N4. P. 1709-1729.

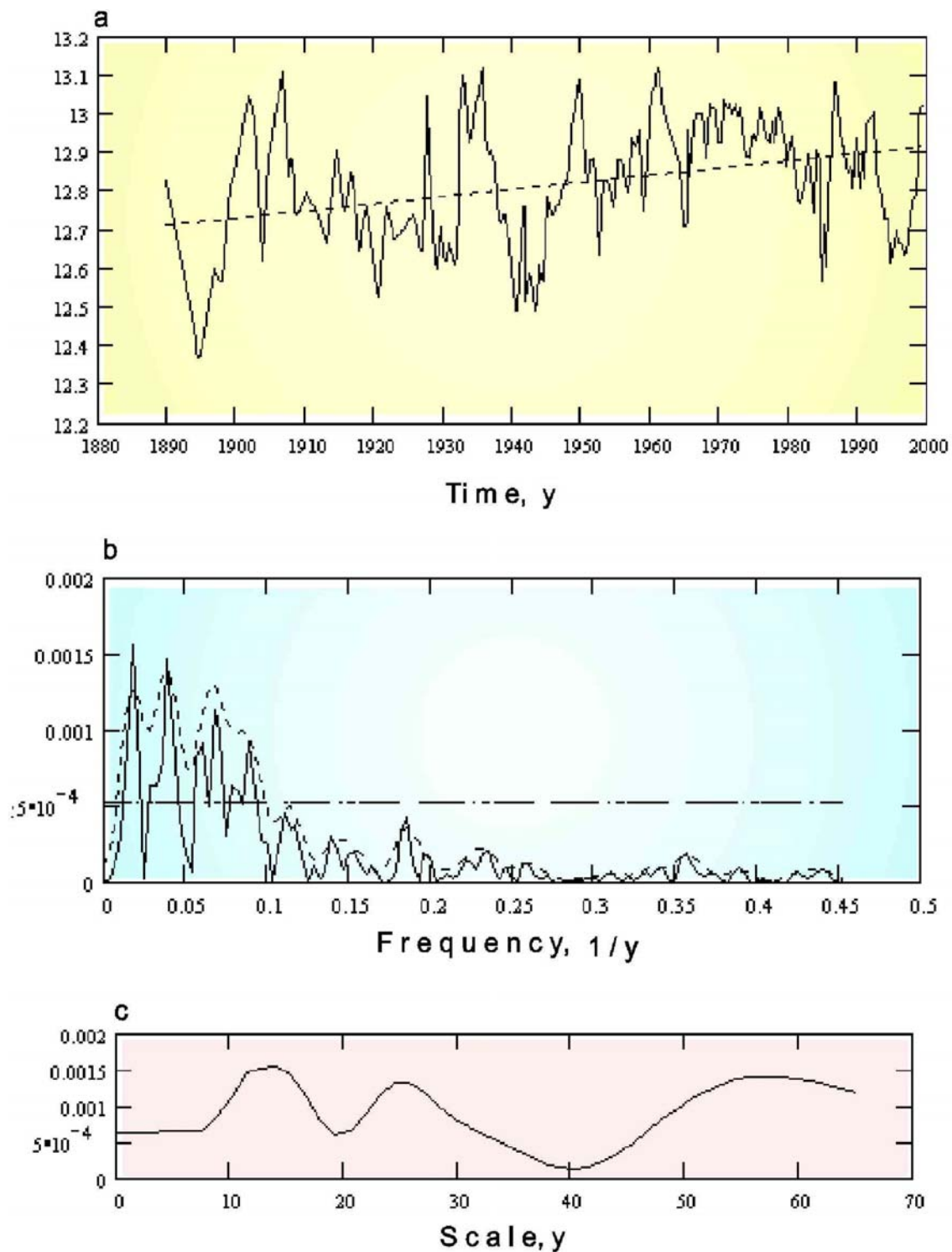


Рис.1. Анализ блеска квазара 3C273:

- а – кривая блеска квазара 3C273 (сплошная линия) и ее тренд (пунктирная линия);
- б – периодограмма Шустера (сплошная линия), сглаженная периодограмма (штриховая линия), 99-процентный порог обнаружения сигнала в шумах (штрих-пунктирная линия);
- с – скейлограмма.

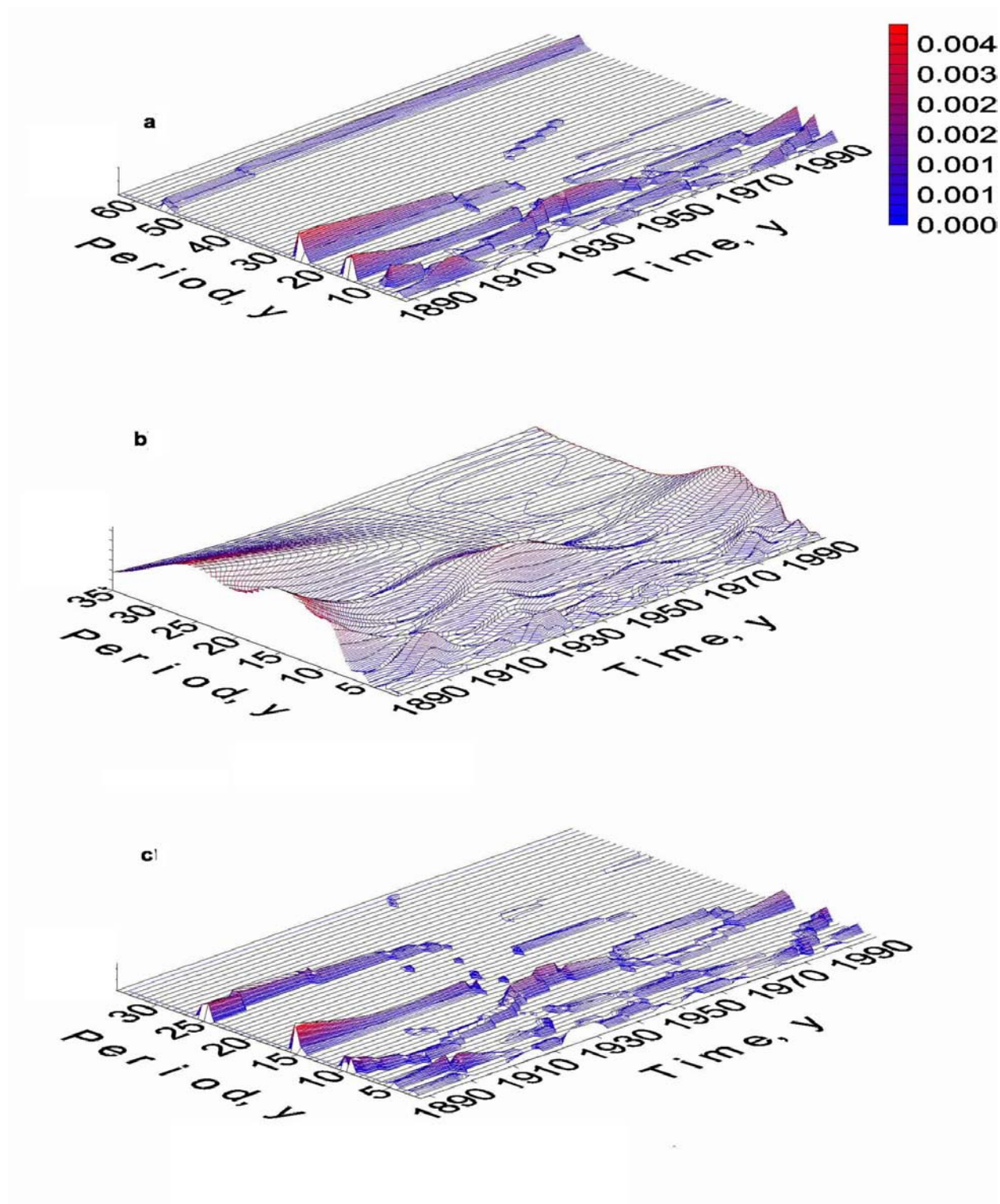


Рис.2. Вейвлет-анализ кривой блеска квазара 3C273:

a – скелетон в диапазоне периодов (масштабов) 1-65 лет;

b – скалограмма в диапазоне периодов 1-35 лет;

c – скелетон в диапазоне периодов 1-35 лет;